

۱۱۰ امیر و عرفان مقداری پول را به نسبت ۵ به ۲ با هم پس انداز کردند. اگر عرفان ۶۰۰ کم تر از امیر پول گذاشته باشد، دو نفر روی هم چه قدر پول پس انداز کرده اند؟
(المپیاد ریاضی آفریقای جنوبی)

- (۱) ۱۰۵۰ (۲) ۱۱۲۰ (۳) ۱۴۰۰ (۴) ۱۷۵۰
(۵) ۱۸۲۰

۱۱۱ نگین و نگار مقداری پول دارند. نگار همان قدر از ۲۰۰ تومان کم تر دارد که نگین از ۲۰۰ تومان بیشتر دارد. اگر پول نگار $\frac{2}{3}$ پول نگین باشد، پول نگین چند تومان است؟

- (۱) ۲۲۰ (۲) ۲۳۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۵۰

۱۱۲ بهرام ۱۴۷ هزار تومان و مهران ۵۷ هزار تومان پول دارد. بهرام چه قدر باید به مهران پول بدهد تا پولی که برایش باقی می ماند، دو برابر پولی باشد که مهران دارد؟
(مسابقه ریاضی کانگورو)

- (۱) ۱۱ هزار تومان (۲) ۶۶ هزار تومان (۳) ۹۹ هزار تومان (۴) ۱۳۲ هزار تومان
(۵) ۱۹۸ هزار تومان

۱۱۳ در یک امتحان اگر هر سؤال در ۹ دقیقه حل شود، ۹ دقیقه زمان اضافه می آید و اگر هر سؤال در ۱۱ دقیقه حل شود، ۱۱ دقیقه وقت کم می آید. زمان امتحان چند دقیقه است؟
(تیزهوشان)

- (۱) ۱۰ (۲) ۹۰ (۳) ۹۹ (۴) ۱۰۹

۱۱۴ اشکان امتحانی داد که ۴۰ سؤال داشت. او به ازای هر پاسخ درست $\frac{5}{10}$ امتیاز می گرفت و به ازای هر پاسخ غلط ۱ امتیاز از دست می داد. اشکان به همه سؤالات پاسخ داد و امتیازش کلاً ۲ شد. او به چند سؤال پاسخ درست داده است؟
(مسابقه ریاضی کانگورو)

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۲۷ (۴) ۲۸
(۵) ۲۹

۱۱۵ ۱۵ گوسفند و چند چوپان در مزرعه ای بودند. وقتی نصف چوپان ها با $\frac{1}{3}$ گوسفند ها رفتند، تعداد کل پاهای چوپان ها و گوسفند های باقی مانده برابر با ۵۰ شد. کل چوپان ها و کل گوسفند ها با هم چند پا داشتند؟
(مسابقه ریاضی کانگورو)

- (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰
(۵) ۱۰۰

۱۱۶ تعدادی گلدان داریم. اگر در هر گلدان سه شاخه گل قرار دهیم، یک شاخه گل اضافه می ماند و اگر در هر گلدان ۴ شاخه گل قرار دهیم، ۳ گلدان خالی می ماند. تعداد شاخه گل ها چندتا است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۸ (۳) ۳۹ (۴) ۴۰

۶۸ اگر $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 2$ باشد، مقدار عددی عبارت $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۶۹ اگر $11 - 3x - 2y = 4$ ، $5x - 2z = 4$ و $5y + 4z = 15$ باشد، حاصل عبارت $\frac{x+y+z}{3}$ برابر با چه عددی است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

(الگوریتمی)

۷۰ اگر $80 = 5a + 4b + 6c$ و $69 = 2a + 2b + 4c$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{5}{5}$ (۳) ۶ (۴) $\frac{6}{5}$

۷۱ عددهای مثبت a, b, c, d در شرطهای $ab = 2$ ، $bc = 3$ ، $cd = 4$ و $de = 5$ صدق می‌کنند. مقدار $\frac{e}{a}$ برابر است با:

(مسابقه ریاضی کاتگورو)

- (۱) $\frac{15}{8}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{5}$

(۵) نمی‌توان معلوم کرد.

۷۲ اگر $\frac{a}{b} = 5$ ، آنگاه حاصل عبارت $2 - \frac{2a}{b} + \frac{5b}{a}$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۷۳ اگر $\frac{a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2}$ و $a + b + c = 27$ باشد، مقدار c برابر با چه عددی است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۱۵

(علامه طباطبائی)

۷۴ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $(\frac{b+d}{a+c})(\frac{b+d}{a+c})$ کدام است؟ ($a+c \neq 0$)

- (۱) ۱ (۲) ۲۵ (۳) ۳۶ (۴) ۱۰۰

(نمونه دولتی)

۷۵ اگر $\frac{A-B}{A+B} = \frac{5}{17}$ باشد، حاصل $\frac{A+B}{A}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{11}$ (۲) $\frac{7}{15}$ (۳) $\frac{15}{7}$ (۴) $\frac{11}{15}$

۷۶ اگر $a = 2$ ، $b = a - 1$ ، $c = a + b - 1$ ، $d = a + b + c - 1$ و $z = a + b + c + \dots + y - 1$ باشند، آنگاه مقدار y کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{25 \text{ بار}}$ (۳) $\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{24 \text{ بار}}$ (۴) $\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{23 \text{ بار}}$

• معادله

۷۷ با حل کدام معادله، عدد خواسته شده در مسئله زیر به دست می‌آید؟

(تیزهوشان)

«اگر دو برابر عددی را از خودش کم کنیم، حاصل از $\frac{2}{3}$ برابر آن عدد، ۲ واحد بیشتر می‌شود.» آن عدد کدام است؟

- (۱) $x - 2x = \frac{2}{3}x + 2$ (۲) $x - 2x = \frac{2}{3}x - 2$ (۳) $2x - x = \frac{2}{3}x + 2$ (۴) $2x - x = \frac{2}{3}x - 2$

۷۸ x همان قدر از a کم‌تر است که از b بیشتر است. در این صورت:

- (۱) $x = a + b$ (۲) $x = a - b$ (۳) $x = \frac{a-b}{2}$ (۴) $x = \frac{a+b}{2}$

۷۹ جواب معادله $5x - 8 = 3 + 4(x - 2) + 1$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۰ اگر زوایای مثلثی $3 + \frac{5}{3}x$ ، $2 - \frac{11}{3}x$ و $1 - \frac{4}{3}x$ باشد، مقدار x چه قدر است؟

- (۱) 29° (۲) 28° (۳) 27° (۴) 26°

۷۳ گزینه ۲۲ فرض کنید: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$

با کمک نسبت‌های بالا، همه متغیرها را بر حسب k نوشته و سپس با جای‌گذاری در معادله $a + b + c = 27$ مقدار k را به دست می‌آوریم و در نهایت مقادیر خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \frac{a}{2} = k \Rightarrow a = 2k \\ \frac{b}{3} = k \Rightarrow b = 3k \\ \frac{c}{4} = k \Rightarrow c = 4k \end{cases} \xrightarrow{a+b+c=27} 2k + 3k + 4k = 27$$

$$\Rightarrow 9k = 27 \Rightarrow k = 3$$

$$c = 4k = 12$$

بنابراین:

۷۴ گزینه ۲۲ با توجه به تساوی‌های داده شده، ابتدا متغیرها را بر حسب یکدیگر نوشته، سپس حاصل عبارت داده شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{1}{5} \Rightarrow b = 5a \\ \frac{c}{d} = \frac{1}{5} \Rightarrow d = 5c \end{cases}$$

$$\frac{b+d}{a+c} = \frac{5a+5c}{a+c} = \frac{5(a+c)}{a+c} = 5$$

پس:

$$\left(\frac{b+d}{a+c}\right)\left(\frac{b+d}{a+c}\right) = 5 \times 5 = 25$$

بنابراین:

۷۵ گزینه ۲۲ ابتدا با طرفین وسطین در تساوی اول، نسبت $\frac{B}{A}$

را حساب می‌کنیم و سپس با توجه به آن، حاصل عبارت داده شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{A-B}{A+B} = \frac{5}{17} \Rightarrow 17(A-B) = 5(A+B)$$

$$\Rightarrow 17A - 17B = 5A + 5B \Rightarrow 17A - 5A = 5B + 17B$$

$$\Rightarrow 12A = 22B \Rightarrow \frac{B}{A} = \frac{12}{22} = \frac{6}{11}$$

$$\frac{A+B}{A} = \frac{A}{A} + \frac{B}{A} = 1 + \frac{6}{11} = \frac{17}{11}$$

پس:

۷۶ گزینه ۲۲ با توجه به این که $a = 2$ است، پس:

$$\begin{aligned} b &= a - 1 = 1 \\ c &= a + b - 1 = 2 \\ d &= a + b + c - 1 = 4 = 2 \times 2 \\ e &= a + b + c + d - 1 = 8 = 2 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

با توجه به الگوی بالا، مقادیر از b به بعد، حاصل ضرب عامل‌های ۲ است. حال با توجه به این که y با شروع از b ، ۲۴ آمین حرف است، پس (دقت شود a در شمارش حساب نمی‌شود):

$$y = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{24-1=23}$$

۷۷ گزینه ۲۲ اگر دو برابر عددی را از خودش کم کنیم، یعنی

$x - 2x$ و «حاصل از $\frac{2}{3}$ برابر آن عدد، ۲ واحد بیشتر می‌شود».

۷۷ گزینه ۲۲ ابتدا عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 24x + 30y - 17 - (8x + 10y + 5) \\ = 24x + 30y - 17 - 8x - 10y - 5 = 16x + 20y - 22 \\ 4x + 5y = 0 \xrightarrow{\times 4} 16x + 20y = 0 \end{aligned}$$

با توجه به سؤال:

$$16x + 20y - 22 = 0 - 22 = -22$$

پس:

۷۸ گزینه ۲۲ با توجه به این که $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 2$ ، به جای این

مقدار در عبارت داده شده، مقدار ۲ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

یعنی:

۷۹ گزینه ۲۲ با جمع طرفین سه تساوی داده شده، ضرایب x ، y و z برابر می‌شوند.

$$\begin{aligned} -3x - 3y &= 11 \\ + \quad 5x - 2z &= 4 \\ \hline 5y + 4z &= 15 \\ 2x + 2y + 2z &= 11 + 4 + 15 = 30 \\ \Rightarrow x + y + z &= 15 \end{aligned}$$

$$\frac{x+y+z}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

پس:

۷۰ گزینه ۲۲ ابتدا با کم کردن طرفین تساوی‌های داده شده، ضرایب عدد a ، b و c را یکسان کرده و سپس با توجه به آن، مقدار $a + b + c$ را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} 5a + 4b + 6c &= 80 \\ - \quad 3a + 2b + 4c &= 69 \\ \hline 2a + 2b + 2c &= 80 - 69 \Rightarrow 2(a+b+c) = 11 \\ \Rightarrow a+b+c &= \frac{11}{2} = 5.5 \end{aligned}$$

۷۱ گزینه ۲۲ با ضرب طرفین عبارت‌های داده شده (یا معکوس

بعضی از آن‌ها)، مقدار $\frac{a}{c}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ab = 2, \quad bc = 3, \quad cd = 4, \quad de = 5 \\ ab \times \frac{1}{bc} \times cd \times \frac{1}{de} = 2 \times \frac{1}{3} \times 4 \times \frac{1}{5} \\ \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{15}{8} \end{aligned}$$

پس:

۷۲ گزینه ۲۲ با توجه به کسر داده شده، a را بر حسب b نوشته و سپس با جای‌گذاری، مقدار عددی عبارت داده شده را به دست

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{1} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} a = 5b$$

می‌آوریم:

$$\frac{3a}{b} + \frac{5b}{a} - 2 = \frac{3(5b)}{b} + \frac{5b}{5b} - 2 = 15 + 1 - 2 = 14$$

پس:

یعنی $\frac{2}{3}x + 2$ ؛ پس معادله خواسته شده به صورت زیر است:

$$x - 2x = \frac{2}{3}x + 2$$

۷۸ گزینه :: اگر x این ویژگی را داشته باشد، در این صورت x میانگین a و b است، یعنی:

$$a - x = x - b \Rightarrow a + b = x + x$$

$$\Rightarrow a + b = 2x \Rightarrow \frac{a + b}{2} = x$$

۷۹ گزینه :: ابتدا طرفین تساوی را ساده کرده و سپس با انتقال جمله‌های معلوم و مجهول به یک طرف تساوی، معادله را حل می‌کنیم:

$$3 + 4(x - 2) + 1 = 5x - 8$$

$$3 + 4x - 8 + 1 = 5x - 8 \Rightarrow 4x - 4 = 5x - 8$$

$$\Rightarrow 4x - 5x = -8 + 4 \Rightarrow -x = -4 \Rightarrow x = 4$$

۸۰ گزینه :: با توجه به این که جمع زوایای داخلی هر مثلث 180° درجه است، می‌توان گفت:

$$\frac{5}{3}x + 3 + \frac{11}{3}x - 2 + \frac{4}{3}x - 1 = 180$$

$$\left(\frac{5}{3} + \frac{11}{3} + \frac{4}{3}\right)x + (3 - 2 - 1) = 180$$

$$\frac{20}{3}x = 180 \Rightarrow x = 180 \div \frac{20}{3} = 180 \times \frac{3}{20} = 27$$

۱۱۰ گزینه با توجه به این که نسبت پول آن ها ۵ به ۲ است، پس اگر امیر ۵X پول پس انداز کرده باشد، عرفان ۲X پول پس انداز کرده است، از طرفی عرفان ۶۰۰ کم تر از امیر پول گذاشته، بنابراین:

$$۲X = ۵X - ۶۰۰ \Rightarrow ۳X = ۶۰۰ \Rightarrow X = ۲۰۰$$

پس: $۲X + ۵X = ۷X = ۷ \times ۲۰۰ = ۱۴۰۰$ مجموع پول آن ها

۱۱۱ گزینه فرض کنید پول نگین X تومان از ۲۰۰ تومان بیشتر باشد، پس نگار باید X تومان کم تر از ۲۰۰ تومان داشته باشد، بنابراین نگین $۲۰۰ + X$ و نگار $۲۰۰ - X$ تومان پول دارد. از طرفی پول نگار $\frac{۲}{۳}$ پول نگین است؛ پس:

$$۲۰۰ - X = \frac{۲}{۳}(۲۰۰ + X)$$

$$\xrightarrow{\times 3} 3(۲۰۰ - X) = 2(\frac{2}{3}(۲۰۰ + X))$$

$$۶۰۰ - ۳X = ۴۰۰ + ۲X \Rightarrow -۳X - ۲X = ۴۰۰ - ۶۰۰$$

$$\Rightarrow -۵X = -۲۰۰ \Rightarrow X = \frac{-۲۰۰}{-۵} = +۴۰$$

$$۲۰۰ + ۴۰ = ۲۴۰$$

پس پول نگین برابر است با:

۱۱۲ گزینه فرض کنید مقدار پولی که بهرام به مهران می دهد، X هزار تومان باشد. در این صورت پول بهرام $۱۴۷ - X$ و پول مهران $۵۷ + X$ می شود. از طرفی پول بهرام دو برابر پول مهران است، پس:

$$۱۴۷ - X = 2(۵۷ + X) \Rightarrow ۱۴۷ - X = ۱۱۴ + ۲X$$

$$\Rightarrow -X - ۲X = ۱۱۴ - ۱۴۷ \Rightarrow -۳X = -۳۳$$

$$\Rightarrow X = \frac{-۳۳}{-۳} = +۱۱ \text{ هزار تومان}$$

۱۱۳ گزینه فرض کنید تعداد سؤالات امتحانی X و کل وقت امتحان Y باشد، پس:

$$\left. \begin{array}{l} y = 9x + 9 \\ y = 11x - 11 \end{array} \right\} \Rightarrow 9x + 9 = 11x - 11$$

$$\Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10$$

پس زمان آزمون برابر است با: $x = 10 \Rightarrow y = 9x + 9 = 99$

۱۱۴ گزینه ۲۲ فرض کنید تعداد سؤالاتی که اشکان به آن‌ها پاسخ درست داده است، x باشد؛ پس تعداد سؤالاتی که به آن‌ها پاسخ غلط داده است، $40 - x$ است؛ بنابراین:

$$\frac{1}{4}x - 1 \times (40 - x) = 2 \Rightarrow \frac{1}{4}x - 40 + x = 2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}x = 42 \Rightarrow x = 42 \div \frac{5}{4} = 42 \times \frac{4}{5} = \frac{168}{5} = 33.6$$

۱۱۵ گزینه ۲۲ فرض کنید تعداد چوپان‌ها، x تا باشد. اگر نصف چوپان‌ها و $\frac{1}{3}$ گوسفندها بروند، نصف چوپان‌ها و $\frac{2}{3}$ گوسفندها باقی می‌مانند. از طرفی هر چوپان ۲ و هر گوسفند ۴ پا دارد، پس:

$$\left(\frac{2}{3} \times 15 \times 4\right) + \frac{1}{3}x \times 2 = 50 \Rightarrow 40 + x = 50 \Rightarrow x = 10$$

یعنی تعداد کل پاها برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد پاهای چوپان‌ها} = 20 \\ \text{تعداد پاهای گوسفندان} = 15 \times 4 = 60 \end{array} \right\} \Rightarrow 20 + 60 = 80$$

۱۱۶ گزینه ۲۲ فرض می‌کنیم x گلدان داشته باشیم. اگر در هر گلدان ۳ شاخه گل قرار دهیم، $3x$ گل خواهیم داشت که با شاخه گلی که اضافه آمده، تعداد گل‌ها برابر با $3x + 1$ می‌شود. اگر در هر گلدان ۴ شاخه گل قرار دهیم، ۳ گلدان خالی می‌ماند، یعنی ۳ تا ۴ گل کم می‌شود، پس:

$$\underbrace{3x + 1}_{\text{تعداد گل‌ها در قسمت دوم مسئله}} = \underbrace{4x - (3 \times 4)}_{\text{تعداد گل‌ها در قسمت اول مسئله}}$$

تعداد گل‌ها در قسمت اول مسئله

$$\Rightarrow 3x + 1 = 4x - 12 \Rightarrow x = 13$$

$$\Rightarrow 3x + 1 = 40 \Rightarrow 3 \times 13 + 1 = 40$$

یعنی: