

ریاضی و آمار ۱

گزینه «۴» -

$$2x-1=t, \Delta(2x-1)^2 - \gamma(2x-1) + \gamma = 0 \Rightarrow \Delta t^2 - \gamma t + \gamma = 0 \xrightarrow{\Delta \text{ روش}} \Delta = b^2 - 4ac = (-\gamma)^2 - 4(\Delta)(\gamma)$$

$$\Rightarrow \Delta = 9 \Rightarrow t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow t = \frac{\gamma \pm 3}{10} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1 \\ 2x-1=\frac{2}{5} \Rightarrow 2x=\frac{7}{5} \Rightarrow x=\frac{7}{10} \end{cases}$$

در نتیجه $x=1$ و $x=\frac{7}{10}$ جواب‌های معادله هستند. (اکبری) (فصل اول - درس دوم - حل معادله درجه دوم و کاربردها) (دشوار)

گزینه «۲» -

$$\frac{2}{x-1} + \frac{2x-1}{x-4} + 1 = 0 \Rightarrow \frac{2(x-4) + (2x-1)(x-1) + (x-1)(x-4)}{(x-1)(x-4)} \Rightarrow \frac{2x-8 + 2x^2 - 3x - x + 1 + x^2 - 5x + 4}{(x-1)(x-4)} = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 7x - 3 = 0 \xrightarrow{\Delta \text{ استفاده از}} \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 49 - 4(4)(-3) \Rightarrow \Delta = 97, x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{\gamma \pm \sqrt{97}}{8} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\gamma + \sqrt{97}}{8} \\ x_2 = \frac{\gamma - \sqrt{97}}{8} \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبولند چون مخرج را صفر نمی‌کند.

(اکبری) (فصل اول - درس سوم - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (متوسط)

گزینه «۳» - چون خط از دو نقطه $(0, 2a+1)$ و $(1, -1)$ عبور می‌کند، پس این نقاط در ضابطه تابع صدق می‌کنند:

$$y = -mx + 4 \xrightarrow{(0, 2a+1)} 2a+1 = 0 + 4 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$y = -mx + 4 \xrightarrow{(1, -1)} -1 = -m + 4 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow m - a = 5 - 1 = 4$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - نمودار تابع خطی) (متوسط)

گزینه «۱» - اگر در معادله سهمی $a > 0$ باشد، سهمی در نقطه رأس خود دارای کم‌ترین مقدار است.

$$\text{طول رأس سهمی } x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -\frac{-b}{10} = \frac{b}{10} \xrightarrow{\text{در معادله جایگذاری می‌کنیم.}} 2 = \Delta \left(\frac{b}{10}\right)^2 - b\left(\frac{b}{10}\right) + \gamma \Rightarrow 2 = \frac{b^2}{20} - \frac{b^2}{10} + \gamma$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{20} - \frac{b^2}{10} = -5 \Rightarrow \frac{b^2(1-2)}{20} = -5 \Rightarrow \frac{-b^2}{20} = -5 \Rightarrow b^2 = 100 \Rightarrow b = \pm 10$$

(اکبری) (فصل دوم - درس چهارم - نمودار تابع درجه دوم) (متوسط)

گزینه «۴» - معادله سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد. چون محل تقاطع سهمی با محور y ها برابر -3 می‌باشد، بنابراین $c = -3$ است، از طرفی نقطه رأس سهمی برابر $(2, 1)$ می‌باشد که در معادله صدق می‌کند:

$$1 = 4a + 2b - 3 \Rightarrow 4a + 2b = 4 \quad (1)$$

$$x = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \quad (2) \xrightarrow{\text{جایگذاری می‌کنیم.}} 4a + 2(-4a) = 4 \Rightarrow a = -1$$

چون:

$$b = -4a = -4(-1) = 4 \Rightarrow y = -x^2 + 4x - 3$$

(اکبری) (فصل دوم - درس چهارم - نمودار تابع درجه دوم) (متوسط)

گزینه «۳» -

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_7}{7} = 21 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 147$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_8}{8} = 26 \Rightarrow \frac{147 + x_8}{8} = 26 \Rightarrow 147 + x_8 = 208 \Rightarrow x_8 = 61$$

(اکبری) (فصل سوم - درس دوم - معیارهای گرایش به مرکز) (متوسط)

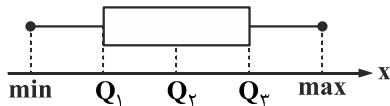
گزینه «۱» -

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{(-3)^2 + (0)^2 + (-1)^2 + (2)^2 + (4)^2}{5}} = \sqrt{\frac{9+0+1+4+16}{5}}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{30}{5}} = \sqrt{6}$$

(اکبری) (فصل سوم - درس سوم - معیارهای پراکندگی) (متوسط)

۸- گزینه «۳» - نمودار جعبه‌ای به شکل زیر است:



می‌بینیم که داده‌های بین Q_1 (چارک اول) و Q_3 (چارک سوم) داخل جعبه قرار می‌گیرند، بنابراین ابتدا چارک‌ها را حساب می‌کنیم، برای این کار باید داده‌ها را مرتب کنیم:

Q_1 چارک اول Q_2 میانه Q_3 چارک سوم
 $16, 17, \boxed{20}, 21, 22, \boxed{25}, 26, 30, \boxed{32}, 33, 35 \Rightarrow Q_3, Q_1$

$$\Rightarrow 21, 22, 25, 26, 30 \Rightarrow R = \max - \min = 30 - 21 = 9$$

نکته: در یک سری از داده‌ها، میانه همان چارک دوم (Q_2) است. اگر میانه نیمه اول داده‌ها را حساب کنیم، چارک اول (Q_1) و اگر میانه نیمه دوم داده‌ها را حساب کنیم، چارک سوم (Q_3) به دست می‌آید. (اکبری) (فصل چهارم - درس اول - نمودارهای یک متغیره) (دشوار)

۹- گزینه «۲» -

$$\text{متغیر } x = \frac{360^\circ}{15^\circ} = 24 \Rightarrow x = \frac{360^\circ}{x} = 15^\circ \Rightarrow \text{زاویه بین هر دو محور متوالی} = \frac{360^\circ}{\text{تعداد متغیرها}}$$

(اکبری) (فصل چهارم - درس دوم - نمودارهای چندمتغیره) (آسان)

۱۰- گزینه «۴» - متغیر سوم در نمودار حبابی، همیشه مساحت دایره‌ها را نشان می‌دهد.

$$A \text{ حقوق فرد } A = \text{مساحت دایره } A = \pi r^2 = \pi(2)^2 = 4\pi$$

$$B \text{ حقوق فرد } B = \text{مساحت دایره } B = \pi r^2 = \pi(\sqrt{3})^2 = 3\pi$$

$$\Rightarrow \frac{\text{حقوق فرد } A}{\text{حقوق فرد } B} = \frac{4\pi}{3\pi} = \frac{4}{3}$$

(اکبری) (فصل چهارم - درس دوم - نمودارهای چندمتغیره) (متوسط)