

ریاضی و آمار ۱

۱- گزینه «۴» - می‌دانیم در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ حاصل‌ضرب ریشه‌ها از

رابطه $\frac{c}{a}$ به دست می‌آید:

$$3x^2 - 2x + k = 0 \Rightarrow a = 3, b = -2, c = k$$

طبق فرض مسئله $\frac{c}{a} = \frac{k}{3} = -\frac{8}{3} \Rightarrow k = -8$: حاصل‌ضرب ریشه‌ها

حال $k = -8$ را در معادله جایگزین می‌کنیم:

$$3x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)(-8) = 4 + 96 = 100$$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{100}}{2(3)} = \frac{2 \pm 10}{6} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{2+10}{6} = \frac{12}{6} = 2 \text{ ریشه بزرگتر} \\ x_2 = \frac{2-10}{6} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

(یگانه) (معادله درجه دوم - حل معادله درجه دوم) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -

$$\frac{x}{x+1} + \frac{3x+1}{(x-1)(x+1)} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x(x-1) + 3x+1 - (x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 - x + 3x + 1 - x^2 + 1 = 0 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{2} = -1$$

جواب $x = -1$ مخرج کسر را صفر می‌کند پس غیر قابل قبول است و لذا معادله جواب ندارد.

(یگانه) (معادلات شامل عبارات گویا - معادله گویا) (دشوار)

۳- گزینه «۳» - ابتدا باید معادله تابع f را بنویسیم:

$$f(-1) = 0 \Rightarrow (-1, 0)$$

گام اول: پیدا کردن شیب خط:

$$f(2) = -3 \Rightarrow (2, -3)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 0}{2 - (-1)} = \frac{-3}{3} = -1$$

گام دوم: پیدا کردن عرض از مبدأ:

$$y = mx + h \xrightarrow{x=-1, y=0} 0 = (-1 \times -1) + h \Rightarrow 0 = 1 + h \Rightarrow h = -1$$

گام سوم: نوشتن معادله خط:

$$y = mx + h \xrightarrow{m=-1, h=-1} y = -x - 1 \Rightarrow f(x) = -x - 1$$

$$f(1) = -1 - 1 = -2$$

(یگانه) (تابع - تابع خطی) (متوسط)

۴- گزینه «۴» - می‌دانیم (هزینه - درآمد = سود) پس معادله سود را می‌یابیم:

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = \left(-\frac{1}{4}x^2 + 3x\right) - (10x + 20) = -\frac{1}{4}x^2 + 3x - 10x - 20 = -\frac{1}{4}x^2 + 20x - 20$$

$$\begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2(-\frac{1}{4})} = \frac{-20}{-\frac{1}{2}} = 40 \\ y = -\frac{1}{4}(40)^2 + 20(40) - 20 = 380 \end{cases}$$

(یگانه) (تابع درجه دوم - کاربرد تابع درجه دوم) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - رنگ لباس افراد گذرنده از تقاطع نیازی به فرد پاسخگو ندارد پس بهترین روش

مشاهده است.

(یگانه) (گردآوری داده‌ها - روش‌های گردآوری داده‌ها) (آسان)

۶- گزینه «۲» - ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\begin{array}{c} \text{نیمه اول داده‌ها} \\ 7, 8, \boxed{10}, 11, 13, 14, 15, 16, \boxed{17}, 19, 20 \\ Q_1 = 10 \quad Q_3 = 17 \end{array}$$

یازده داده داریم و می‌دانیم که در نمودار جعبه‌ای ابتدای جعبه Q_1 و انتها جعبه Q_3 قرار

دارند. پس خواسته سوال تفاضل چارک اول از چارک سوم یا همان دامنه میان چارکی است:

$$Q_3 - Q_1 = 17 - 10 = 7$$

(یگانه) (معیارهای پراکندگی - دامنه میان چارکی) (متوسط)

۷- گزینه «۲» - داده‌ها شامل ۲, ۲, ۳, ۳, ۵, ۵, ۵, ۶, ۹, ۱۰ هستند:

$$\bar{x} = \frac{2(2) + 2(3) + 3(5) + 6 + 9 + 10}{10} = \frac{4 + 6 + 15 + 25}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{2(2-5)^2 + 2(3-5)^2 + 3(5-5)^2 + (6-5)^2 + (9-5)^2 + (10-5)^2}{10} =$$

$$\frac{18 + 8 + 0 + 1 + 16 + 25}{10} = \frac{68}{10} = 6.8$$

$$\sigma = \sqrt{6.8}$$

(یگانه) (نمودارهای یک متغیره و معیارهای پراکندگی - نمودار نقطه‌ای و انحراف معیار) (متوسط)

۸- گزینه «۳» - نمودار جعبه‌ای بهترین نمودار برای نمایش پراکندگی داده‌ها است. از آن جا که

پراکندگی نمرات در کلاس الف با توجه به نمودار جعبه‌ای داده شده مشهود است پس

عملکرد کلاس «ب» بهتر بوده است.

(یگانه) (نمودارهای یک متغیره - نمودار جعبه‌ای) (متوسط)

۹- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای مقادیر متغیر سوم نباید منفی یا صفر باشند. از آن جا که

درجه حرارت بر حسب سیلیسیوس می‌تواند صفر یا منفی باشد پس نمی‌تواند به عنوان

متغیر سوم قرار گیرد.

(یگانه) (نمودارهای چند متغیره - نمودار جعبه‌ای) (آسان)

۱۰- گزینه «۱» - ابتدا باید مقادیر هر متغیری را محاسبه کنیم:

$$\frac{80}{100} = \frac{A}{25} \Rightarrow A = \frac{80 \times 25}{100} = 20$$

$$\frac{30}{100} = \frac{B}{20} \Rightarrow B = \frac{30 \times 20}{100} = 6$$

$$\frac{60}{100} = \frac{C}{40} \Rightarrow C = \frac{60 \times 40}{100} = 24$$

$$\frac{20}{100} = \frac{D}{50} \Rightarrow D = \frac{20 \times 50}{100} = 10$$

مجموع مقادیر A, B, C و D برابر است با:

$$20 + 6 + 24 + 10 = 60$$

(یگانه) (نمودارهای چند متغیره - نمودار راداری) (دشوار)