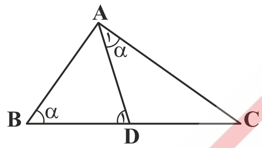
هندسه ۱

۱- گزینه «۴» ـ



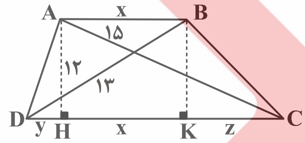
$\overset{\Delta}{ADC}$: خارجی $\hat{D}_1 = \hat{A}_1 + C = \alpha + C \Rightarrow \hat{D}_1 > \alpha$

$\Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{B} \xrightarrow{\overset{\Delta}{ABD}} AB > AD$

(علوی) (استدلال ـ نامساوی‌ها در مثلث) (آسان)

۲- گزینه «۲» ـ یک چهارضلعی که در آن قطرها نیمساز زوایا هستند، لوزی است و از به هم وصل کردن وسط‌های اضلاع لوزی (چون قطرهای عمود بر هم دارد) یک مستطیل حاصل می‌شود. (علوی) (چندضلعی‌ها و ویژگی‌های آن ـ چهارضلعی حاصل از به هم وصل کردن وسط‌های اضلاع) (متوسط)

۳- گزینه «۳» ـ



$\overset{\Delta}{AHC}: CH^۲ = ۱۵^۲ - ۱۲^۲ = ۲۲۵ - ۱۴۴ = ۸۱$

$\Rightarrow CH = ۹ \Rightarrow x + z = ۹$

$\overset{\Delta}{DBK}: DK^۲ = ۱۳^۲ - ۱۲^۲ = ۱۶۹ - ۱۴۴ = ۲۵$

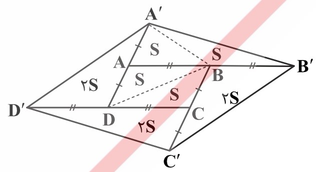
$\Rightarrow DK = ۵ \Rightarrow x + y = ۵$

$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲} AH(AB + DC) = \frac{۱}{۲} \times ۱۲ \times (x + (y + x + z)) = ۶ \times (۲x + y + z) \Rightarrow$

$S_{ABCD} = ۶ \times (۹ + ۵) = ۶ \times ۱۴ = ۸۴$

(علوی) (مساحت ـ مساحت ذوزنقه) (دشوار)

۴- گزینه «۳» ـ



$S_{\overset{\Delta}{ABD}} = S_{\overset{\Delta}{BCD}} = S$

$\overset{\Delta}{BA'D}$: میانه $BA \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{BA'A}} = S_{\overset{\Delta}{BAD}} = S$

$\overset{\Delta}{AA'B'}$: میانه $A'B \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{BA'B'}} = S_{\overset{\Delta}{AA'B}} = S$

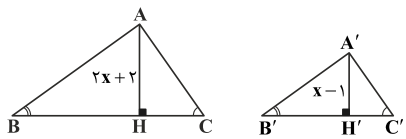
به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد:

$S_{\overset{\Delta}{BB'C'}} = S_{\overset{\Delta}{CC'D'}} = S_{\overset{\Delta}{A'DD'}} = ۲S$

$S_{A'B'C'D'} = ۱۰S = ۵(۲S) = ۵S_{ABCD} = ۵ \times ۷ = ۳۵$

(علوی) (کاربرد مساحت ـ تقسیم مساحت مثلث توسط میانه) (متوسط)

۵- گزینه «۲» ـ

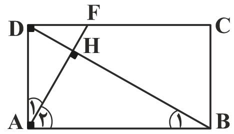


$\frac{A'H'}{AH} = \frac{\text{محیط مثلث } A'B'C'}{\text{محیط مثلث } ABC} \Rightarrow \frac{A'H'}{AH} = \frac{۱۵}{۵۰} \Rightarrow \frac{x-۱}{۲x+۲} = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow$

$۱۰x - ۱۰ = ۶x + ۶ \Rightarrow x = ۴$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (کاربرد تشابه دو مثلث ـ نسبت ارتفاع‌های نظیر) (آسان)

۶- گزینه «۳» ـ



$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{ABD}: \hat{A}_1 + \hat{A}_۲ = ۹۰^\circ \\ \overset{\Delta}{ABH}: \hat{A}_۲ + \hat{B}_1 = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{A}_{1,۲} = \hat{D} = ۹۰^\circ \end{array}\right\}$$

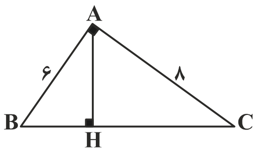
$$\xrightarrow{(ز\,ز)} \overset{\Delta}{ADF} \sim \overset{\Delta}{ABD} \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{DF}{AD} = \frac{AD}{AB}$$

$$\xrightarrow{AB = ۵AD} \frac{DF}{AD} = \frac{AD}{۵AD} \Rightarrow DF = \frac{AD}{۵}$$

$$\frac{DC}{DF} = \frac{AB}{DF} = \frac{۵AD}{\frac{AD}{۵}} = ۲۵$$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (تشابه ـ تشابه دو مثلث به حالت برابری دو زاویه) (متوسط)

۷- گزینه «۱» ـ مجموعه نقاط مطلوب دایره‌ای به مرکز H با شعاع AH است که در ادامه مساحت آن را محاسبه می‌کنیم:



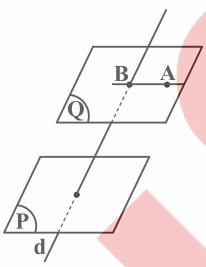
$BC = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = ۱۰$

$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH \times ۱۰ = ۶ \times ۸ \Rightarrow AH = ۴/۸$

$S_{\text{مطلوب}} = \pi AH^۲ = \pi \times (۴/۸)^۲ = ۲۳/۰۴\pi$

(کنکور با تغییر) (تفکر تجسمی ـ برش) (متوسط)

۸- گزینه «۴» ـ فرض کنید خط d و صفحه P متقاطع باشند. از نقطه A، صفحه Q را موازی با صفحه P رسم می‌کنیم. خط d صفحه Q را در نقطه B قطع می‌کند. خط گذرنده از نقاط A و B، تنها خطی است که خط d را قطع کرده و با صفحه P موازی است.



در حالتی که خط d موازی صفحه P باشد، صفحه گذرا از نقطه A و موازی صفحه P یا موازی d است (فاقد جواب) یا خط d را دربرمی‌گیرد (بی‌شمار جواب).

(کنکور با تغییر) (خط، نقطه و صفحه ـ وضعیت خط و صفحه) (دشوار)

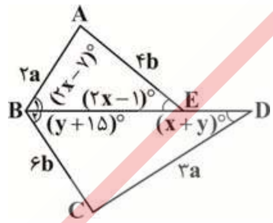
۹- گزینه «۲» ـ

$(۴ \times ۸) + ۱ = ۳۳$

(کتاب درسی) (تفکر تجسمی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» ـ

$$\left.\begin{array}{l} \frac{AE}{BC}=\frac{۴b}{۶b}=\frac{۲}{۳} \\ \frac{AB}{CD}=\frac{۲a}{۳a}=\frac{۲}{۳} \\ \frac{BE}{ED}=\frac{۲}{۳} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AE}{BC}=\frac{AB}{CD}=\frac{BE}{BD}$$



$$\xrightarrow{\text{حالت سه ضلع متناسب}} \overset{\Delta}{ABE} \sim \overset{\Delta}{BCD}$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \hat{A}=\hat{C} \\ \hat{B}_۲=\hat{E} \Rightarrow y+۱۵=۲x-۱ \\ \hat{B}_۱=\hat{D} \Rightarrow x+y=۳x-۷ \end{array}\right. \Bigg\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} ۲x-y=۱۶ \\ x-y=۷ \end{array}\right\} \Rightarrow x=۹\,,\, y=۲$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{۹}{۲}$$

(کتاب درسی) (تشابه ـ تشابه دو مثلث به حالت سه ضلع متناسب) (متوسط)