

هندسه ۱

۱- گزینه «۴» - در مثلث قائم الزاویه، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها وسط وتر است.

(یکتا) (فصل اول - درس دوم - ترسیم‌های هندسی و استدلال - استدلال - هم‌رسی عمودمنصف‌ها - صفحه ۱۸) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - در «ب» و «پ» ارتفاع ۲ مثلث داده شده ارتفاع دوزنقه و قاعده آن‌ها یکسان است پس مساحت مثلث‌ها در گزینه «ب» با یکدیگر و در گزینه «پ» با یکدیگر برابر است.

اگر از مثلث‌های هم‌مساحت در «ب» مساحت $\triangle ABE$ را کم کنیم مثلث‌های گزینه «الف» حاصل می‌شود که مساحت آن‌ها هم با هم برابرند پس «الف» و «ب» و «پ» درست است ولی «ت» درست نیست.

(یکتا) (فصل دوم - درس اول - قضیه تالس - نسبت و تناسب در هندسه - تشابه و کاربردهای آن - مساحت مثلث - صفحه ۳۲) (آسان)

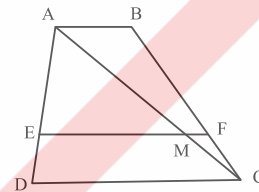
۳- گزینه «۱» - می‌دانیم:

$$AF^2 = AE \times AC \Rightarrow (1+2)^2 = 1 \times AC \Rightarrow AC = 9$$

$$FC = AC - AE - EF = 9 - 1 - 2 = 6$$

(یکتا) (فصل دوم - درس اول - قضیه تالس و تشابه - قضیه تالس - صفحه ۳۷) (متوسط)

۴- گزینه «۲» -



$$DC \parallel EM \Rightarrow \frac{EM}{DC} = \frac{BF}{BC} = \frac{2}{4} \Rightarrow EM = \frac{15}{4}$$

$$MF \parallel AB \Rightarrow \frac{MF}{AB} = \frac{CE}{CB} = \frac{1}{4} \Rightarrow MF = \frac{1}{4}$$

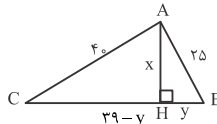
$$\Rightarrow EF = \frac{15}{4} + \frac{1}{4} = 4$$

اگر h ارتفاع دوزنقه ABCD باشد:

$$\left. \begin{aligned} S_{ABFE} &= \frac{AB+EF}{2} \times \frac{3}{4}h = \frac{5}{2} \times \frac{3}{4}h = \frac{15}{8}h \\ S_{EFCD} &= \frac{EF+DC}{2} \times \frac{1}{4}h = \frac{9}{2} \times \frac{1}{4}h = \frac{9}{8}h \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{ABFE} = \frac{5}{3} S_{EFCD}$$

(یکتا) (فصل دوم - درس دوم - قضیه تالس و تشابه - قضیه تالس و کاربردهای آن - صفحه ۳۷) (دشوار)

۵- گزینه «۱» -



$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 625 \\ x^2 + (39-y)^2 &= 1600 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (39-y)^2 - y^2 = 975$$

$$\Rightarrow (39-2y)(39) = 975 \Rightarrow 39-2y = 25 \Rightarrow y = 7$$

$$x^2 + 49 = 625 \Rightarrow x^2 = 576 \Rightarrow x = 24$$

(یکتا) (فصل دوم - درس سوم - تالس، تشابه، و کاربردهای آن - رابطه طولی در مثلث قائم الزاویه - صفحه ۴۳) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$\triangle AHD: AD^2 = AH^2 + DH^2 \Rightarrow AD^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow AD = 5$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{H} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{A} \text{ مشترک} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ADH \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{5}{4+HC} = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow HC = 6$$

(یکتا) (فصل دوم - درس سوم - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - تشابه - قضیه تالس - صفحه ۴۱) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - می‌دانیم $AP = PQ = QC$ پس $S_{\triangle BPA} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$ و

$$S_{\triangle BPC} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} \text{ است.}$$

از طرفی:

$$NQ \parallel BP \Rightarrow S_{\triangle CNQ} = \frac{1}{4} S_{\triangle BPC} \xrightarrow{(2)} S_{\triangle CNQ} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC} \quad (3)$$

(N وسط BC)

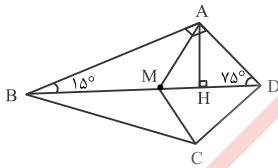
از (۱) و (۳) نتیجه می‌شود $k = 2$ است.

(یکتا) (فصل سوم - درس اول - چند ضلعی‌ها و ویژگی‌های آن‌ها - متوازی‌الاضلاع - تشابه - صفحه ۶۴) (متوسط)

۸- گزینه «۳» - $\triangle ABD$ یک مثلث قائم الزاویه است که $\angle ADB = 75^\circ$ می‌باشد

پس $\angle ABD = 15^\circ$ و $BD = 2AM = 4$ و $AH = \frac{1}{4} BD = 1$ می‌باشد. پس مساحت

کایت برابر است:



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

مساحت $AMCD$ نصف مساحت کایت است پس:

$$S_{AMCD} = 2$$

(یکتا) (فصل سوم - درس دوم - چند ضلعی‌ها، مساحت و کاربردهای آن - صفحه ۷۲) (متوسط)

۹- گزینه «۴» - خط d و d' متناظرند اگر صفحه‌ای وجود نداشته باشد که شامل هر دوی d و d' باشد.

(یکتا) (فصل چهارم - درس اول - تجسم فضایی - خط، نقطه و صفحه - دو خط متناظر - صفحه ۷۹) (آسان)

۱۰- گزینه «۳» - حجم حاصل از دوران نیم دایره حول قطر آن، یک کره به شعاع ۵ است پس:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{500}{3} \pi$$

حجم حاصل از دوران مثلث ۲ مخروط است که در قاعده بر هم منطبق‌اند (به آن دوک می‌گویند) و ارتفاع آن ۱۰ و شعاع قاعده ۵ می‌باشد.

$$V_{\text{دوک}} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 25 \times 10 = \frac{250}{3} \pi$$

حجم مورد نظر مسئله، تفاضل این ۲ است.

(کتاب همگام علوی) (فصل چهارم - درس دوم - تجسم فضایی - دوران حول محور - حجم دوار - صفحه ۹۵) (متوسط)