

ریاضی ۱

۱- گزینه «۳» - حداقل ۲ عدد تکراری $\Leftarrow$ ۲ عدد تکراری یا ۳ عدد تکراری

۳ عدد تکراری $\Leftarrow$ ۶ حالت $(1, 1, 1), (2, 2, 2), \dots$

۲ عدد تکراری $\Leftarrow$ ۶ حالت جفت داریم برای ۲ تاس که با عدد تاس سوم که متفاوت است همراه می شود پس: 6×5 حالت داریم.

تاس متفاوت می تواند تاس اول یا دوم و یا سوم باشد پس: $3 \times 3 = 9$ حالت

$$n(A) = 9 + 6 = 15 \text{ حالت}$$

$$n(s) = 6^3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{15}{6^3} = \frac{15}{216} = \frac{5}{72}$$

(سراسری با تغییر) (فصل هفتم - درس اول - احتمال) (دشواری)

۲- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(B) + P(A \cap B) = 0$$

احتمال مقداری نامنفی است پس $P(A \cap B)$ و $P(B)$ هر دو صفر است.

(سراسری با تغییر) (فصل هفتم - درس اول - احتمال) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - متمم پیشامد حداقل یکی از موش ها سفید باشد آن است که هیچ کدام از موش ها سفید نباشد یا همه موش ها سیاه باشد.

$$P(A) = 1 - P(A')$$

$$P(A') = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{11}{3}} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{\frac{6 \times 5 \times 4}{6}}{\frac{11 \times 10 \times 9}{6}} = \frac{29}{33}$$

(سراسری ۹۱) (فصل هفتم - درس اول - احتمال) (متوسط)

۴- گزینه «۲» - موارد II, I و IV نادرست اند.

(قندریز) (فصل هفتم - درس دوم - مقدمه علم آمار) (آسان)

۵- گزینه «۱» -

(سراسری با تغییر) (فصل هفتم - درس سوم - انواع متغیرها) (متوسط)

۶- گزینه «۴» - چند جمله اول دنباله را تشکیل می دهیم.

$$\begin{aligned} n=1 &\Rightarrow a_1 = \left(\frac{-3}{5}\right)^0 = 1 & n=2 &\Rightarrow a_2 = \frac{-3}{5} \\ n=3 &\Rightarrow a_3 = \left(\frac{-3}{5}\right)^2 = \left(\frac{9}{25}\right) & n=4 &\Rightarrow a_4 = \left(\frac{-3}{5}\right)^3 = -\left(\frac{27}{125}\right) \\ n=5 &\Rightarrow a_5 = \left(\frac{-3}{5}\right)^4 = \left(\frac{81}{625}\right) & n=6 &\Rightarrow a_6 = \left(\frac{-3}{5}\right)^5 = -\left(\frac{243}{3125}\right) \end{aligned}$$

جملات فرد همگی مثبت و در حال نزدیک شدن به صفر هستند (در حال کوچک تر شدن)

پس بزرگ ترین جمله دنباله a_1 است و جملات زوج همگی منفی و در حال نزدیک شدن

به صفر هستند (در حال بزرگ شدن) پس کوچک ترین جمله دنباله a_6 است.

$$|a_7 - a_1| = \left| \frac{-3}{5} - 1 \right| = \frac{8}{5}$$

(قندریز) (فصل اول - درس سوم - الگو و دنباله) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - از B به D وصل کرده و مساحت ۲ مثلث ABD و BCD را محاسبه می کنیم:

$$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} AD \times AB \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} (2)(2\sqrt{3}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 3$$

$$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} CD \times BC \times \sin C = \frac{1}{2} (2)(2) \left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$S_{ABCD} = 3 + 1 = 4$$

(قندریز) (درس سوم - مساحت مثلث به کمک مثلثات) (آسان)

۸- گزینه «۱» -

$$x_s = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-1}{2a-2} = 2 \Rightarrow 4a-4=-1$$

$$\Rightarrow 4a=3 \Rightarrow a=\frac{3}{4} \Rightarrow y=\frac{-1}{\frac{3}{4}}+x+3$$

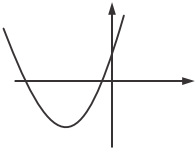
برخورد با محور x همان ریشه معادله است و $y=0$ پس:

$$\frac{-1}{4}x^2+x+3=0 \Rightarrow x^2-4x-12=0 \Rightarrow (x-2)(x-6)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=6 \end{cases} \Rightarrow 2+6=8$$

(قندریز) (فصل چهارم - درس دوم - ویژگی های سهمی) (آسان)

۹- گزینه «۲» - سهمی که از ناحیه «۴» عبور نمی کند به شکل زیر است:



۱- این سهمی حتماً دارای ۲ ریشه است. پس: $\Delta > 0$

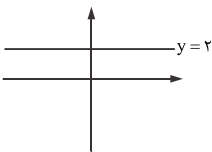
۲- دهانه سهمی باید رو به بالا باشد. پس: $a > 0$

۳- چون طول رأس سهمی منفی و $a > 0$ است. پس: $b > 0$

۴- محل برخورد با محور yها نیز باید نامنفی باشد. پس: $c \geq 0$

(قندریز) (فصل چهارم - درس دوم - ویژگی های سهمی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» -



مثال نقض گزینه «۴» و «۱»: $f = \{(1, 2), (2, 2)\}$

مثال نقض گزینه «۲»: $f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

اما برای رد گزینه «۳» مثال نقضی نداریم چون در این حالت قطعاً می توانیم دو زوج مرتب بیابیم که مؤلفه های اول تکراری دارند پس تابع نیستند.

(قندریز) (فصل پنجم - درس اول - شناخت تابع) (آسان)

۱۱- گزینه «۱» -

$$x=1 \Rightarrow f(1) + 2f(2) = 2(1^2) - (1) + f(1)$$

$$\Rightarrow 2f(2) = 2 \Rightarrow f(2) = 1$$

$$x=2 \Rightarrow f(2) + 2f(2) = 2(2^2) + (2) + f(1)$$

$$\xrightarrow{f(2)=1} 3 = 8 + 2 + f(1) \Rightarrow f(1) = -7$$

(قندریز) (فصل پنجم - درس سوم - ضابطه تابع) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» -

$$A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$B = \{\sqrt{}, -, +, \cdot, \div\} \Rightarrow \binom{8}{3} = \binom{8}{5}$$

چون در صورت سؤال ذکر شده شامل ۳ پس یکی از جایگاه ها در B و خود عدد ۳ حذف می شود و فاقد ۲ نیز فقط باعث حذف ۲ از انتخاب ها می شود.

(قندریز) (فصل ششم - درس سوم - محاسبه تعداد زیر مجموعه ها) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» - ابتدا مسئله را براساس مجموع ۷ حالت بندی می کنیم:

$$\times \frac{\sqrt{\Delta^2 \times r^2} (\sqrt{\Delta} + \sqrt{r})}{\sqrt{\Delta} + \sqrt{r}} = \frac{\sqrt{\Delta^2 \times r^2} + \sqrt{\Delta^2 \times r^2}}{\Delta - r} = \frac{\Delta \sqrt{r} + r \sqrt{\Delta}}{r}$$