ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۱» ـ

$$\text{از}(p\wedge q)\Rightarrow(r\vee s)\equiv F \;\Rightarrow\; p\wedge q\equiv T\,,\,r\vee s\equiv F$$

$$\begin{cases}\text{از } p\wedge q\equiv T \;\Rightarrow\; p\equiv T\,,q\equiv T\\ \text{از } r\vee s\equiv F \;\Rightarrow\; r\equiv F\,,s\equiv F\end{cases}\Rightarrow (\sim p\Rightarrow s)\Leftrightarrow(q\Rightarrow\sim r)\equiv(\sim T\Rightarrow F)\Leftrightarrow(T\Rightarrow\sim F)$$

$$\equiv(\underbrace{F\Rightarrow F}_{T})\Leftrightarrow(\underbrace{T\Rightarrow T}_{T})\equiv T\Leftrightarrow T\equiv T$$

* استفاده از جداول صفحه ۵، ۶ و ۸ کتاب درسی. (اکبری) (فصل اول ـ درس ۱ ـ ترکیب گزاره‌ها) (دشوار)

۲- گزینه «۳» ـ می‌دانیم:

$$p\Rightarrow q\equiv\sim p\vee q$$

بنابراین داریم:

$$q\Rightarrow(r\vee q)\equiv\sim q\vee(r\vee q)\xrightarrow[\text{را به دست می آوریم.}]{\text{نقیض این گزاره}}\sim(\sim q\vee(r\vee q))\equiv\underbrace{\sim((\sim q\vee r)\vee\underbrace{(\sim q\vee q)}_{T})}_{T}\equiv\sim(T)\equiv F$$

(اکبری) (فصل اول ـ درس ۱ ـ ترکیب گزاره‌ها) (دشوار)

۳- گزینه «۱» ـ نام استدلال داده شده، مغالطه است:

$$\text{مغالطه}\begin{cases}p\Rightarrow q\\ \dfrac{q}{\therefore p}\end{cases}$$

روش استفاده شده در این استدلال نادرست است، همچنین نتیجه استدلال نیز نادرست است:

$$\text{از}\,x^2=y^2\Rightarrow x=\pm y$$

(اکبری) (فصل اول ـ درس ۲ ـ استدلال ریاضی) (متوسط)

۴- گزینه «۲» ـ $f(-2)$ هم در ضابطه اول است و هم در ضابطه دوم، چون f یک تابع است، بنابراین باید $f(-2)$ منحصر به فرد باشد:

$$\begin{cases}f(-2)=-m(-2)+1=2m+1\\ f(-2)=-5:\text{تابع ثابت}\end{cases}\Rightarrow 2m+1=-5\Rightarrow 2m=-6\Rightarrow m=-3\Rightarrow f(x)=\begin{cases}3x+1 & x\geq -2\\ -5 & x\leq -2\end{cases}$$

در نتیجه برای محاسبه $f(-1)$ از ضابطه بالایی و برای محاسبه $f(-4)$ از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases}f(-1)=3(-1)+1=-2\\ f(-4)=-5\end{cases}\Rightarrow f(-1)+f(-4)=-2-5=-7$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۱ ـ تابع چندضابطه‌ای ـ تابع ثابت) (متوسط)

۵- گزینه «۴» ـ

$$f(x)=|[x+[x]]|\;\Rightarrow\; f(-2/5)=|[-2/5+\underbrace{[-2/5]}_{-3}]|=|\underbrace{[-2/5-3]}_{-6}|=|-6|=6$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۲ ـ تابع جزء صحیح ـ تابع قدرمطلق) (آسان)

۶- گزینه «۱» ـ با توجه به نمودار تابع $f+g$ نتیجه می‌گیریم که:

$$(f+g)(x)=\begin{cases}-1 & -2\leq x<-1\\ 0 & -1\leq x<0\\ 1 & 0\leq x<1\\ 2 & 1\leq x<2\end{cases}\Rightarrow(f+g)(x)=\begin{cases}-1 & -1\leq x+1<0\\ 0 & 0\leq x+1<1\\ 1 & 1\leq x+1<2\\ 2 & 2\leq x+1<3\end{cases}\Rightarrow(f+g)(x)=[x+1]\,;(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$

$$\Rightarrow\;[x+1]=-1+g(x)\;\Rightarrow\; g(x)=[x+1]+1=[x]+2$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۳ ـ اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۷- گزینه «۳» ـ

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times ۱۰۰$$

$$\text{جمعیت فعال} = \text{تعداد بیکاران} + \text{تعداد شاغلین} \quad \Rightarrow \quad ۵۰ = \frac{x}{x+۵} \times ۱۰۰ \quad \Rightarrow \quad \frac{۲x}{x+۵} = ۱ \quad \Rightarrow \quad ۲x = x + ۵$$

$$\Rightarrow \quad x = ۵ \text{ تعداد بیکاران} \quad \Rightarrow \quad \text{جمعیت فعال} = ۵ + ۵ = ۱۰ \text{ میلیون نفر}$$

(اکبری) (فصل سوم ـ درس ۱ ـ شاخص‌های آماری ـ نرخ بیکاری) (متوسط)

۸- گزینه «۴» ـ

$$\text{نماتوپ یا شاخص توده بدنی (BMI)} = \frac{\text{وزن (کیلوگرم)}}{\text{مربع قد (متر)}} \quad \Rightarrow \quad BMI = \frac{۵۲}{(۱/۶)^۲} = ۲۰/۳۱$$

(اکبری) (فصل سوم ـ درس ۱ ـ شاخص‌های آماری ـ نماتوپ) (متوسط)

۹- گزینه «۲» ـ با توجه به مطالب کتاب درسی گزینه «۲» نادرست است. چون نقاط مشاهده شده با پاره‌خط‌هایی در طول زمان به هم وصل می‌شود.

(اکبری) (فصل سوم ـ درس ۲ ـ سری‌های زمانی) (آسان)

۱۰- گزینه «۳» ـ با استفاده از درون‌یابی خطی داریم:

$$\begin{cases} A(۹۷ , ۲۰) \\ B(۹۹ , ۲۶) \end{cases}$$

$$m = \frac{۲۶ - ۲۰}{۹۹ - ۹۷} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

$$y = mx + h \xrightarrow{(۹۷,۲۰)} ۲۰ = ۳(۹۷) + h \Rightarrow h = -۲۷۱ \Rightarrow y = ۳x - ۲۷۱ \xrightarrow{x=۹۸} y = ۳(۹۸) - ۲۷۱ = ۲۳$$

(اکبری) (فصل سوم ـ درس ۲ ـ سری‌های زمانی) (متوسط)