

ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۱» - روش اول

می‌دانیم: $\sim p \Rightarrow \sim q \equiv (\sim p) \vee \sim q \equiv p \vee \sim q$

پس:

$$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee (\sim q \wedge q)$$

همواره نادرست

$$\equiv p \vee F \equiv p \quad (F \text{ به معنای نادرست})$$

روش دوم: با جدول ارزشی گزاره‌ها:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$p \vee q$	$(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q)$
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	د	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	ن
ن	ن	د	د	د	ن	ن

هم‌ارزند

(یگانه) (آشنایی با منطق گزاره‌ها - گزاره‌ها) (آسان)

۲- گزینه «۳» - اگر عدد را x فرض کنیم، آن‌گاه:

مربع ثلث هر عددی:

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{9}$$

جزر عدد بعد از خودش:

$$\sqrt{x+1}$$

و در نتیجه عبارت ریاضی گزاره داده شده به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{x^2}{9} \geq \sqrt{x+1}$$

(یگانه) (استدلال ریاضی - تبدیل گزاره‌های توصیفی به نمادهای ریاضی) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - در تابع همانی به صورت زوج مرتبها مؤلفه‌های اول و دوم باید با هم برابر

باشند ($y = x$)

$$a+1=2 \Rightarrow a=2-1 \Rightarrow a=1$$

$$c+3=-1 \Rightarrow c=-1-3 \Rightarrow c=-4$$

$$2a+b=-3 \xrightarrow{a=1} 2(1)+b=-3 \Rightarrow b=-3-2 \Rightarrow b=-5$$

$$a+b+c=1+(-5)+(-4)=-8$$

$$g(x)=-8 \Rightarrow g(a+b+c)=-8$$

(یگانه) (تابع - تابع ثابت و همانی) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

$$f(x) = \text{sign}(x) \Rightarrow f(1-\sqrt{2}) = \text{sign}(1-\sqrt{2})$$

می‌دانیم $\sqrt{2} \approx 1/4$ پس $1-\sqrt{2}$ مقداری منفی است و در نتیجه:

$$\text{sign}(1-\sqrt{2}) = -1$$

$$g(x) = \left[x + \frac{1}{2} \right] \Rightarrow g\left(\frac{3}{4}\right) = \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right]$$

$$= \left[\frac{3+2}{4} \right] = \left[\frac{5}{4} \right] = 1$$

$$\Rightarrow f(1-\sqrt{2}) + g\left(\frac{3}{4}\right) = -1 + 1 = 0$$

(یگانه) (تابع - تابع بلکانی - جزء صحیح و علامت) (آسان)

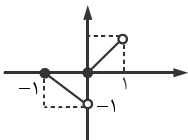
۵- گزینه «۴» -

$$s(x) = (f+g)(x) = f(x) + g(x) = |x| + [x]$$

$$\xrightarrow{-1 \leq x < 0} S(x) = -x + (-1) = -x - 1$$

$$\xrightarrow{0 \leq x < 1} S(x) = x + 0 = x$$

$$\Rightarrow S(x) = \begin{cases} -x-1 & -1 \leq x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$



(یگانه) (تابع - اعمال روی توابع) (دشوار)

۶- گزینه «۴» -

$$D_f = \{1, 4, -1, 5\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{-1, 4, 5\}$$

$$\xrightarrow{x=-1} \frac{f(-1) \times g(-1)}{f(-1) - g(-1)} = \frac{3 \times 5}{3 - 5} = \frac{15}{-2}$$

$$\xrightarrow{x=4} \frac{f(4) \times g(4)}{f(4) - g(4)} = \frac{2 \times (-2)}{2 - (-2)} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$\xrightarrow{x=5} \frac{f(5) \times g(5)}{f(5) - g(5)} = \frac{-2 \times 4}{-2 - 4} = \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3}$$

(یگانه) (تابع - اعمال روی توابع) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - ابتدا باید معادله (خط) تابع $\frac{f}{g}(x)$ را بنویسیم:

این تابع از دو نقطه $(0, 0)$ و $(2, 4)$ می‌گذرد:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y = mx + h$$

چون نمودار تابع از مبدأ مختصات می‌گذرد پس عرض از مبدأ آن $h = 0$ است.

$$\xrightarrow{\substack{m=2 \\ h=0}} y = 2x \Rightarrow \frac{f}{g}(x) = 2x$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = 2x \Rightarrow \frac{6x^2}{2x} = g(x) \Rightarrow g(x) = 3x$$

$$g\left(-\frac{2}{3}\right) = 3\left(-\frac{2}{3}\right) = -2$$

(یگانه) (تابع - اعمال روی توابع) (دشوار)

۸- گزینه «۲» -

$$100 \times \frac{\text{شاخص در سال } 1400 \text{ (پایه)}}{\text{شاخص در سال } 1403} = \text{شاخص در سال } 1400 \text{ (پایه)}$$

می‌دانیم شاخص سال پایه برابر ۱۰۰ است.

$$\frac{40}{100} = \frac{x-100}{100} \Rightarrow x-100=40 \Rightarrow x=40+100=140$$

(یگانه) (شاخص‌های آماری - شاخص بهاء کالا و خدمات (تورم)) (متوسط)

۹- گزینه «۱» - ساعت ۱۱ بین دو عدد ۱۰ و ۱۲ قرار دارد پس معادله خط گذرنده از نقاط

$(12, 27)$ و $(10, 29)$ را بنویسیم:

$$m = \text{شیب خط} = \frac{27-29}{12-10} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y = mx + h \xrightarrow{\substack{m=-1 \\ x=10, y=29}} 29 = -1 \times 10 + h \Rightarrow 29 - 40 = h \Rightarrow h = -11$$

پس معادله خط به صورت $y = -x - 11$ است، حال عدد $x = 11$ را جایگزین می‌کنیم:

$$y = -4(11) - 11 = -44 - 11 = -55$$

$3 = \text{مقدار تخمینی} - \text{مقدار واقعی} = \text{خطای دورن‌یابی}$

اگر مقدار واقعی X باشد داریم:

$$\Rightarrow |x - 23| = 3 \Rightarrow x - 23 = \pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 23 = 3 \Rightarrow x = 3 + 23 = 26 \\ x - 23 = -3 \Rightarrow x = -3 + 23 = 20 \end{cases}$$

(یگانه) (آمار - سری زمانی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - اگر خط فقر ۸,۵۰۰,۰۰۰ تومان باشد پس میانگین برابر

ماهانه $2 \times 8,500,000 = 17,000,000$ تومان است. حال اگر به حقوق هر فرد

ماهانه ۲,۰۰۰,۰۰۰ تومان اضافه شود میانگین جدید نیز برابر

برابر است با: $17,000,000 + 2,000,000 = 19,000,000$ تومان خواهد شد و خط فقر در حالت جدید

$$\frac{19,000,000}{2} = 9,500,000$$

(یگانه) (شاخص‌های آماری - شاخص خط فقر) (متوسط)