

ریاضی ۲

گزینه «۴» -۱

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

$$S = \frac{1}{2} |(0)(1-2) + (-2)(2+1) + 2(-1-1)| \Rightarrow S = \frac{1}{2} |-6-6-6| = 6$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - مساحت مثلث) (متوسط)

گزینه «۱» -۲

$$x^2 = A \rightarrow 2A^2 - \Delta A + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{\Delta + \sqrt{17}}{4} \\ A = \frac{\Delta - \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{\Delta + \sqrt{17}}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{\Delta + \sqrt{17}}}{2} \\ x^2 = \frac{\Delta - \sqrt{17}}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{\Delta - \sqrt{17}}}{2} \end{cases} \text{ ریشه‌های معادله}$$

$$S = 0$$

$$P = \left(-\frac{\sqrt{\Delta + \sqrt{17}}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{\Delta + \sqrt{17}}}{2}\right) \left(-\frac{\sqrt{\Delta - \sqrt{17}}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{\Delta - \sqrt{17}}}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

$$S^T - 2P = 0 - 2\left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - معادله دوم‌جذوری) (دشوار)

گزینه «۲» -۳

$$\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-5} \rightarrow x+1 = 1 + 2x - 5 + 2\sqrt{2x-5}$$

$$\Rightarrow \Delta - x = 2\sqrt{2x-5} \rightarrow 2\Delta - 10x + x^2 = 4(2x-5)$$

$$\Rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$(x-15)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \rightarrow \sqrt{15+1} - \sqrt{30-5} = 4 \neq 1 \text{ غ ق} \\ x = 3 \rightarrow \sqrt{3+1} - \sqrt{6-5} = 1 \text{ ق ق} \end{cases}$$

فقط $x = 3$ جواب معادله است.

(میرزایی) (معادلات گویا و گنگ - حل معادله گنگ) (متوسط)

گزینه «۳» -۴

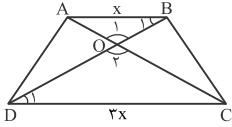
$$\left. \begin{array}{l} \text{بنا به قضیه تالس} \\ \text{مثلث AFC} \\ BE \parallel CF \end{array} \right\} \frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EF}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{بنا به قضیه تالس} \\ \text{مثلث AFC} \\ CE \parallel DF \end{array} \right\} \frac{AC}{CD} = \frac{AE}{EF}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{11}{CD} = \frac{7}{4} \Rightarrow CD = \frac{44}{7}$$

(میرزایی) (هندسه - قضیه تالس) (متوسط)

گزینه «۲» -۵



$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به رأس} \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \text{ (چون AB موازی BD, CD مورب)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \sim \triangle OCD$$

$$\Rightarrow \text{نسبت تشابه } k = \frac{CD}{AB} = \frac{3x}{x} \Rightarrow k = 3$$

$$\frac{P_2}{P_1} = k = 3$$

محیط مثلث OCD
محیط مثلث OAB

(میرزایی) (هندسه - تشابه دو مثلث) (متوسط)

گزینه «۱» -۶

$$2\left[\frac{x}{y}\right] - 8 = 0 \Rightarrow \left[\frac{x}{y}\right] = 4$$

$$4 \leq \frac{x}{y} < 5 \Rightarrow 8 \leq x < 10$$

ریشه‌های مرخ $8 \leq x < 10$

$$D_f = \mathbb{R} - [8, 10) \Rightarrow D_f = (-\infty, 8) \cup [10, +\infty)$$

$$\{8, 9\} = \text{اعداد صحیح که جزو دامنه نیستند.}$$

(میرزایی) (تابع - دامنه تابع) (متوسط)

گزینه «۳» -۷

$$[x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

ریشه‌های مرخ $0 \leq x < 1$

$$D_f = \mathbb{R} - [0, 1) \Rightarrow D_f = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$$

دامنه

$$x \in D_f : f(x) = \frac{-[x]}{[x]} = -1 \Rightarrow R_f = \{-1\}$$

برد

$$D_f \cap R_f = \{-1\}$$

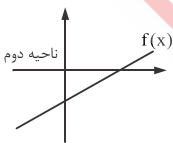
تک عضو

(میرزایی) (دامنه - دامنه و برد تابع) (آسان)

گزینه «۲» -۸

$$A \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix} \in f^{-1} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix} \in f$$

$$y + 1 = \frac{2}{3}(x - 2) \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$



(میرزایی) (تابع - ویژگی تابع وارون) (آسان)

$$D_f = \{-1, 2, 4\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_h = D_f \cap D_g = \{-1, 4\}$$

$$x = -1: h(-1) = 2f(-1) - g(-1) = 2(\Delta) - \frac{-2+1}{-1-2} = 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{29}{3}$$

$$x = 4: h(4) = 2f(4) - g(4) = 2(2) - \frac{4+1}{4-2} = 4 - \frac{5}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$\text{مجموع اعضای برد} = \frac{29}{3} + \frac{-1}{2} = \frac{55}{6}$$

(میرزایی) تابع - اعمال اصلی بر روی دو تابع (متوسط)

چرخ کوچک $I_1 = I_2$ چرخ بزرگ

$$r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2$$

$$12/\Delta \times \frac{\pi}{3} = 2/\Delta \times \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{12/\Delta}{2/\Delta} \times \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{\theta_2}{180} = \frac{3}{\pi} \Rightarrow \theta_2 = 300^\circ$$

(میرزایی) مثلثات - واحدهای اندازه‌گیری (آسان)

$$\cos 290^\circ = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 20^\circ\right) = \sin 20^\circ$$

$$\sin 250^\circ = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - 20^\circ\right) = -\cos 20^\circ$$

$$\sin 520^\circ = \sin(2\pi + 160^\circ) = \sin 160^\circ = \sin(\pi - 20^\circ) = \sin 20^\circ$$

$$\sin 110^\circ = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 20^\circ\right) = \cos 20^\circ$$

$$\text{عبارت} = \frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ - \cos 20^\circ} \text{ صورت و مخرج را بر } \tan 20^\circ + 1 \text{ تقسیم کنید. } \frac{\cos 20^\circ \tan 20^\circ + 1}{\sin 20^\circ - \cos 20^\circ}$$

$$= \frac{0/36 + 1}{0/36 - 1} = \frac{1/36}{-0/64} = -\frac{17}{8}$$

(میرزایی) مثلثات - روابط تکمیلی نسبت‌های مثلثاتی (متوسط)

$$-1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$$

$$-4 \leq 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 \leq 2$$

$$\text{بر } R_f = [-4, 2]$$

$$b - a = 2 - (-4) = 6$$

(میرزایی) مثلثات - نمودار تابع مثلثاتی (متوسط)

$$f(x) = \frac{1}{2^{2x}} + \frac{3}{2} = 2^{-2x} + \frac{3}{2} = 4^{-x} + \frac{3}{2}$$

$$g(x) = (2^{-1})^{-2x} = 2^{2x} = 4^x$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 4^{-x} + \frac{3}{2} = 4^x \xrightarrow{4^x = t} \frac{1}{t} + \frac{3}{2} = t$$

$$1 + \frac{3}{2}t = t^2 \Rightarrow t^2 - \frac{3}{2}t - 1 = 0 \Rightarrow 2t^2 - 3t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2}: 4^x = -\frac{1}{2} \text{ غی قی} \\ t = 2: 4^x = 2 \Rightarrow 2^{2x} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$B(x_0 = \frac{1}{2}, y_0 = 2)$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(\frac{1}{2}) + 2 - 1|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(میرزایی) تابع نمایی - معادلات نمایی (دشوار)

$$\log_7(x+1)(x-1) = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 7$$

$$x^2 = 8 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \text{ غی قی} \end{cases}$$

$$x = 2: \log_7 8x = \log_7 16 = 4$$

(میرزایی) لگاریتم - معادله لگاریتمی (آسان)

$$\log_4 12 = a \Rightarrow 12 = 4^a \Rightarrow 3 \times 4 = 4^a \Rightarrow 3 = 4^{a-1}$$

$$\log_8 18 = \log_8 2 + \log_8 9 = \log_{2^3} 2 + \log_{2^3} 3^2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \log_2 3$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \log_2 4^{a-1} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \log_2 2^{2a-2} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} (2a-2) = \frac{1}{3} (4a-2)$$

(میرزایی) لگاریتم - ویژگی‌های لگاریتم (دشوار)

۱۶- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2a + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4 - 2a$$

$$\text{رابطه: } 2a + 3 - 2(4 - 2a) = 3 \Rightarrow 2a + 3 - 8 + 4a = 3 \Rightarrow 6a = 8 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

(میرزایی) (حد - فرآیندهای حدی) (آسان)

۱۷- گزینه «۱» -

$$\frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2 - 2x + 4)}{x(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x + 4}{x(x-2)} = \frac{4 + 4 + 4}{(-2)(-4)} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

(میرزایی) (حد - رفع ابهام $\frac{0}{0}$) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = a + 3 \sin \frac{\pi}{4} = a + 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = \left[3 \left(\frac{\pi}{4}\right)^+ + b\right] = \left[\frac{\pi^+}{4}\right] + b = [1/\Delta \gamma^+] + b = 1 + b$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3 \tan \frac{\pi}{4} = 3(1) = 3$$

$$a + 3 = 3 \Rightarrow a = 0$$

$$1 + b = 3 \Rightarrow b = 2$$

$$a \cdot b = 0(2) = 0$$

(میرزایی) (حد - پیوستگی) (متوسط)

۱۹- گزینه «۴» -

$$P(M) = 0.18$$

$$P(F \cap M) = 0.175$$

$$P(F/M) = \frac{P(F \cap M)}{P(M)} = \frac{0.175}{0.18} = \frac{175}{180} = \frac{35}{36}$$

(میرزایی) (احتمال - احتمال شرطی) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» - به دنیا آمدن فرزندان مستقل از یکدیگر هستند:

$$P(A) = \binom{4}{2} \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) = 6 \times \frac{4}{81} = \frac{8}{27}$$

(میرزایی) (احتمال - پیشامدهای مستقل) (متوسط)