

$$BC \text{ ضلع } M \begin{cases} x = \frac{-1+3}{2} = 1 \\ y = \frac{5+1}{2} = 3 \end{cases}$$

BC ضلع بر میانه وارد:  $A(2, 3); M(1, 3)$

معادله خط میانه  $y = 3$   $m = \frac{3-3}{1-2} = 0$ :  $y - 3 = 0(x - 1) \Rightarrow y = 3$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - معادله خط) (متوسط)

۲- گزینه «۲» - اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم باشد:

$$\alpha = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \alpha \cdot \beta = 1 \Rightarrow \frac{k}{k^2} = 1 \Rightarrow k = 1$$

$$x^2 + 5x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 - 4 = 21 > 0$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (متوسط)

۳- گزینه «۴» -

رأس سهمی  $(m, k): f(x) = a(x - m)^2 + k$

رأس سهمی  $(-1, 2): f(x) = a(x + 1)^2 + 2$

نقطه روی منحنی  $(0, 1) \in f: 1 = a(0 + 1)^2 + 2 \Rightarrow a = -1$

$$f(x) = -(x + 1)^2 + 2 = -x^2 - 2x + 1$$

$$a + b + c = -2$$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - نوشتن ضابطه نمودار درجه دوم) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

$$\sqrt{2x+1} = \sqrt{3x+4} - 1 \text{ به توان ۲ برسانید}$$

$$2x+1 = 3x+4+1-2\sqrt{3x+4}$$

$$2\sqrt{3x+4} = x+4 \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید}} 4(3x+4) = x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \text{ هر دو ریشه قابل قبول هستند.}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = 0 \times 4 = 0$$

(میرزایی) (معادلات گنگ و گویا - حل معادله گنگ) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - بنا به قضیه تالس داریم:  $(MN \text{ موازی } BC)$ :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{a+1}{2a} = \frac{a+2}{2a+2} = \frac{x}{20}$$

$$2a^2 + 2a + 2a + 2 = 2a^2 + 6a \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \frac{a+1}{2a} = \frac{x}{20} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 10$$

محیط  $MNBC$ :  $10 + 4 + 20 + 3 = 37$

(میرزایی) (هندسه - قضیه تالس) (متوسط)

$$\Delta ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 3 + 4 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$$

مساحت مثلث ABC به صورت‌های زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{1}{2}AD \times BC = \frac{1}{2}AB \times AC$$

$$AD \times \sqrt{7} = \sqrt{3} \times 2 \Rightarrow AD = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\Delta ADC: AD^2 = AH \times AC \Rightarrow \frac{12}{7} = 2AH \Rightarrow AH = \frac{6}{7}$$

$$CH = 2 - \frac{6}{7} = \frac{8}{7}$$

$$\Delta ABD \sim \Delta CDH \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = k^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{4\sqrt{7}}{7\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{16}{21}$$

$$\frac{CH}{AD} = k \text{ (نسبت تشابه)} \Rightarrow k = \frac{\frac{8}{7}}{\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}} = \frac{4\sqrt{7}}{7\sqrt{3}}$$

(سراسری تجربی - ۹۹) (هندسه - تشابه) (دشوار)

$$\left. \begin{array}{l} x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ [x]-4 = 0 \Rightarrow [x]=4 \Rightarrow 4 \leq x < 5 \text{ ریشه های مخرج} \end{array} \right\} \Rightarrow D_f = [1, 4) \cup [5, +\infty)$$

(میرزایی) (تابع - دامنه تابع) (متوسط)

$$D_f = \{2, -3, -1, 0\}$$

$$x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow D_g = [-1, +\infty) \Rightarrow D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{-1, 0, 2\}$$

$$2f(-1) + g^2(-1) = -2 + 0 = -2 \quad 2f(2) + g^2(2) = 2(1) + 3 = 5$$

$$2f + g^2 = \left\{ \begin{array}{l} \uparrow \\ (-1, -2), (0, -5), (2, 5) \\ \downarrow \end{array} \right\}$$

$$2f(0) + g^2(0) = -6 + 1 = -5$$

(میرزایی) (تابع - اعمال اصلی روی تابع) (متوسط)

$$f^{-1}(5): x + \sqrt{x+1} = 5 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow f^{-1}(5) = 3$$

$$f^{-1}(11): x + \sqrt{x+1} = 11 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow f^{-1}(11) = 8$$

$$f^{-1}(5) + f^{-1}(11) = 3 + 8 = 11$$

(میرزایی) (تابع - خواص تابع وارون) (متوسط)

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{120}{180} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

$$l = r \cdot \theta = 5 \left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{10\pi}{3}$$

(میرزایی) (مثلثات - رادیان) (آسان)

۱۱- گزینه «۲» -

$$\sin(570^\circ) = \sin(360^\circ + 210^\circ) = \sin 210^\circ = \sin(\pi + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cotg \frac{7\pi}{4} = \cotg\left(\frac{8\pi - \pi}{4}\right) = \cotg\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\cotg \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\sin 570^\circ - \cotg \frac{7\pi}{4} = -\frac{1}{2} - (-1) = \frac{1}{2}$$

(میرزایی) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» -

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x$$

$$y = -2 \cos x + 1$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq -2 \cos x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq -2 \cos x + 1 \leq 2$$

$$\text{بر } R_f = [-1, 2]$$

(میرزایی) (مثلثات - برد تابع مثلثاتی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» -

$$\log_r(x+2)(x-2) = 4 \Rightarrow \log_r(x^2-4) = 4$$

$$x^2 - 4 = r^4 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 5 \end{cases} \text{ غ ق}$$

$$x = 5 : \log_{\sqrt{125}} x = \log_{5^{\frac{3}{2}}} 5 = \frac{1}{\frac{3}{2}} \log_{5^{\frac{3}{2}}} 5 = \frac{2}{3}$$

(میرزایی) (لگاریتم - حل معادله لگاریتمی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» -

$$y = 1 + 3^{x-2} \Rightarrow 3^{x-2} = y - 1$$

$$x - 2 = \log_3(y - 1) \Rightarrow x = \log_3(y - 1) + 2$$

$$f^{-1}(x) = 2 + \log_3(x - 1)$$

(میرزایی) (تابع نمایی - وارون تابع نمایی) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -

$$3^{\log_{\sqrt{3}} 5} = 3^{\frac{1}{2} \log_3 5} = 3^{\frac{1}{2} \log_3 5} = 3^{\log_3 5^{\frac{1}{2}}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

$$\log_{\sqrt{5}} 5 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5 = 2 \log_5 5 = 2$$

$$\text{عبارت حاصل} = 25 + 2 = 27$$

(میرزایی) (لگاریتم - خواص لگاریتم) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» - بنا به شکل نمودار F:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -2$$

(میرزایی) (حد - حد از روی نمودار) (آسان)

۱۷- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(میرزایی) (حد - رفع ابهام) (متوسط)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} a \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) = a \cdot \cos \pi = -a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = [-(2^+)] + 4 = [-2^-] + 4 = -2 + 4 = 2$$

$$f(2) = b$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$$

$$-a = 2 = b \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 0$$

(میرزایی) (حد و پیوستگی - پیوستگی در نقطه) (دشوار)

۱۹- گزینه «۱» -

$$P(A) = 0.7$$

$$P(B) = 0.6$$

$$P(B/A) = 0.8 \Rightarrow P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B/A) \cdot P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.8 \times 0.7 = 0.56$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.7 + 0.6 - 0.56 = 0.74$$

(سراسری تجربی - ۹۹) (احتمال - احتمال شرطی) (متوسط)

۲۰- گزینه «۲» -

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5 + 5 + 7 + 8 + 9 + 20}{6} = \frac{54}{6} = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(5-9)^2 + (5-9)^2 + (7-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (20-9)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{16 + 16 + 4 + 1 + 0 + 121}{6} = \frac{158}{6} = \frac{79}{3}$$

(میرزایی) (آمار - واریانس) (متوسط)