

آمار و احتمال

۱- گزینه «۳» - انتخاب همه واحدهای آماری را سرشماری می‌گویند. در سرشماری اندازه نمونه با اندازه جامعه برابر است.

(اعرابی) (جامعه و نمونه) (آسان)

۲- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{aligned} A' \cup B' = B' &\xrightarrow{\text{یعنی}} A' \subset B' \Rightarrow B \subset A \\ A' \cap C' = C' &\xrightarrow{\text{یعنی}} C' \subset A' \Rightarrow A \subset C \end{aligned} \right\} \Rightarrow B \subset A \subset C$$

$$(A \cap C) \cup (B \cup C) = A \cup C = C$$

(اعرابی) (اجتماع و اشتراک) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$\sim (\forall x \in R) \equiv \exists x \in R$$

$$\sim [(x < \frac{1}{x}) \wedge (x^2 + 1 = 0)]$$

$$\sim (x < \frac{1}{x}) \vee \sim (x^2 + 1 = 0)$$

$$(x \geq \frac{1}{x}) \vee (x^2 + 1 \neq 0) \Rightarrow \exists x \in R; (x \geq \frac{1}{x}) \vee (x^2 + 1 \neq 0)$$

(اعرابی) (نقیض گزاره) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

$$P(\Delta) = 2P(\epsilon) = 2P(\zeta) = 4P(\eta) = \Delta P(\iota)$$

$$P(\iota) + P(\eta) + P(\zeta) + P(\epsilon) + P(\Delta) = 1$$

$$x + \frac{5}{4}x + \frac{5}{3}x + \frac{5}{2}x + \Delta x = 1$$

$$(x + \frac{5}{4}x + \frac{5}{3}x + \frac{5}{2}x + \Delta x) \times 12 = 12$$

$$12x + 15x + 20x + 30x + 60x = 12 \Rightarrow 137x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{137} \Rightarrow P(\zeta) = \frac{5}{3}x \Rightarrow P(\zeta) = \frac{20}{137}$$

(اعرابی) (احتمال غیرهم‌شانسی) (دشوار)

۵- گزینه «۲» -

$$P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A \cup B)'}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$$

$$\frac{1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6})}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1 - (\frac{2+4-2}{12})}{\frac{2}{3}} = \frac{1 - \frac{5}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{7}{8}$$

(اعرابی) (احتمال شرطی) (دشوار)

۶- گزینه «۳» -

A' و B' نیز از هم مستقل‌اند \Rightarrow اگر A و B مستقل از یکدیگر باشند.

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P(B)}{P(B)} = P(A)$$

$$P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A') \times P(B')}{P(B')} = P(A')$$

$$\frac{P(A')}{P(A)} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1 - P(A)}{P(A)} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2P(A) = 2 - 2P(A) \Rightarrow \Delta P(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{2}{5}$$

(اعرابی) (پیشامدهای مستقل و وابسته) (متوسط)

فرآوانی $A = x$

فرآوانی $B = 3A = 3x$

فرآوانی $C = 2A = 2x$

فرآوانی $D = 4A = 4x$

$x + 3x + 2x + 4x = 360^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$

A زاویه $= 36^\circ$

B زاویه $= 3 \times 36^\circ = 108^\circ$

C زاویه $= 2 \times 36^\circ = 72^\circ$

D زاویه $= 4 \times 36 = 144^\circ$

(اعرابی) (نمودار دایره‌ای) (آسان)

۸- گزینه «۱» -

$$\bar{x} = \frac{23 + 24 + 25 + 26 + 27}{5} = 25$$

$$\sigma^2 = \frac{(23-25)^2 + (24-25)^2 + (25-25)^2 + (26-25)^2 + (27-25)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{25} = \frac{4 \times 1/4}{100} = 0.04$$

درصد ضریب تغییرات $= 0.04 \times 100 = 4\%$

(اعرابی) (آمار - ضریب تغییرات) (متوسط)

۹- گزینه «۱» -

$n = 100$

انحراف معیار جامعه $\sigma = 3 \Rightarrow \sigma^2 = 9$ واریانس جامعه

$$\bar{x} = \frac{1+2+\dots+100}{100} = 50.5$$

فاصله اطمینان میانگین جامعه $(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}})$

$$(50.5 - \frac{2 \times 3}{\sqrt{100}}, 50.5 + \frac{2 \times 3}{\sqrt{100}}) = (50.5 - 0.6, 50.5 + 0.6) = (49.9, 51.1)$$

(اعرابی) (فاصله اطمینان) (دشوار)

۱۰- گزینه «۱» -

میانگین جامعه $\mu = \frac{12+14+18+16}{4} = \frac{60}{4} = 15$

تعداد نمونه‌های دوتایی از جامعه چهار عضوی $\binom{4}{2} = 6$ می‌باشد. قرار است میانگین نمونه‌ها با میانگین جامعه برابر شود، بنابراین:

$$\bar{x} = \mu = 15 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{2} = 15 \Rightarrow x_1 + x_2 = 30$$

بنابراین عضوهایی که جمع آن‌ها ۳۰ می‌شود، نمونه‌های موردنظر می‌باشد $\{12, 18\}$ و $\{14, 16\}$ همان نمونه‌های موردنظر است، بنابراین

احتمال $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ است. (کتاب همراه علوی) (برآورد نقطه‌ای) (دشوار)