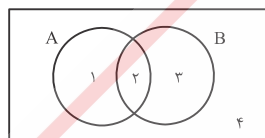


آمار و احتمال

۱- گزینه «۴» - برای آنکه ترکیب عطفی درست باشد باید هر دو گزاره $q \Rightarrow p$ و r درست باشند (رد گزینه‌های «۱» و «۲») حال برای آن که ترکیب شرطی $q \Rightarrow p$ درست باشد بین گزینه‌های «۳» و «۴» گزینه «۴» می‌تواند درست باشد. (در گزینه «۳» اگر q نادرست باشد فقط وقتی ارزش گزاره شرطی درست خواهد بود که p نیز نادرست باشد). در گزاره شرطی اگر تالی درست باشد الزاماً ترکیب شرطی دارای ارزش درست خواهد بود.

(یگانه) (آشنایی با مبانی ریاضیات - آشنایی با منطق ریاضی) (آسان)

۲- گزینه «۴» -



$$((A - B) \cup (B - A)) \cup (A \cap B) = A$$

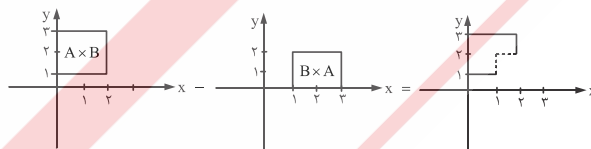
$$\Rightarrow \{1, 2\} \cup \{2\} = \{1, 2\}$$

$$\Rightarrow \{1, 2, 3\} = \{1, 2\} \Rightarrow \{3\} = \emptyset \Rightarrow B - A = \emptyset \Rightarrow B \subset A$$

بنابراین $B \cap A'$ که برابر $B - A$ است برابر $\emptyset$ خواهد بود.

(یگانه) (آشنایی با مبانی ریاضیات - قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها) (متوسط)

۳- گزینه «۳» - ابتدا $A \times B$ را رسم می‌کنیم سپس $B \times A$ هم در یک دستگاه دیگر رسم می‌کنیم و در نهایت از $A \times B$ قسمت $B \times A$ را جدا می‌کنیم:



(یگانه) (آشنایی با مبانی ریاضیات - قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها) (متوسط)

۴- گزینه «۲» -

$$n(s) = 6^2 = 36$$

هیچ کدام ۳ یا ۶ نایند = هیچ کدام مضرب ۳ نباشد A'

از پیشامد متمم و از اصل ضرب استفاده می‌کنیم:

$$P(A') = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

و در نهایت:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

(یگانه) (احتمال - مبانی احتمال) (متوسط)

۵- گزینه «۱» -

$$n(s) = 9 \times 10 \times 10 = 900$$

$$P(A' \cap B') = 1 - p(A \cup B) = 1 - \left(\frac{\begin{bmatrix} 900 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 900 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 900 \\ 12 \end{bmatrix} }{900} \right)$$

$$= 1 - \left(\frac{300 + 225 - 75}{900} \right) = 1 - \frac{450}{900} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(یگانه) (احتمال - اصول احتمال) (آسان)

۶- گزینه «۲» - در جعبه جدید ۱۴ لامپ وجود دارد که $\frac{8}{14}$ آن‌ها از جعبه اول و $\frac{6}{14}$ آن‌ها از جعبه دوم آمده‌اند پس:

$$P(A) = \left(\frac{8}{14} \times \frac{4}{24} \right) + \left(\frac{6}{14} \times \frac{3}{15} \right) = \frac{20 + 18}{210} = \frac{38}{210} = \frac{19}{105}$$

(یگانه) (احتمال - احتمال شرطی) (متوسط)

۷- گزینه «۲» - مد داده‌ها عدد ۱۰ است.

حال داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{2, 2, 2, 2, 3, 5, 6, 6, 6, 7, 10, 10, 10, 10, 10, 10}_{Q_1 = \frac{2+3}{2} = 2.5} \quad \underbrace{10, 10, 10, 10, 10, 10}_{Q_3 = \frac{10+10}{2} = 10}$$

$$Q_1 = \frac{2+3}{2} = 2.5$$

$$Q_3 = \frac{10+10}{2} = 10$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 10 - 2.5 = 7.5$$

$$| \text{مد} - \text{دامنه میان چارکی} | = | 7.5 - 10 | = 2.5$$

(یگانه) (آمار استنباطی - معیارهای مرکزی و پراکندگی) (آسان)

۸- گزینه «۳» -

$$\sigma^2 = \frac{1(-3)^2 + 2(-2)^2 + 1(-1)^2 + 2(0)^2 + 6(1)^2 + 2(2)^2}{1+2+1+2+6+2} = \frac{36}{16} \Rightarrow$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{36}{16}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{8}$$

(یگانه) (آمار توصیفی - معیارهای پراکندگی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - اگر نمونه سه‌تایی را $\{a, b, c\}$ فرض کنیم باید $\frac{a+b+c}{3} = 3$

یا $a+b+c = 9$ باشد. پس با توجه به داده‌های ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰ نمونه‌های زیر قابل قبول‌اند:

$$\{1, 2, 6\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 5\}$$

یعنی در ۶ تا نمونه سه‌تایی میانگین برابر ۳ خواهد بود.

(یگانه) (آمار استنباطی - برآورد) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» - می‌دانیم خط فقر نصف میانگین است ابتدا $\bar{x}$ را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{3+2+2+1+4+6+7+9+11}{9} = \frac{45}{9} = 5$$

بازه اطمینان بالای ۹۵ درصد خط فقر به صورت زیر است:

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

واریانس $2/25$ است پس انحراف معیار برابر $1/5$ است:

حال $\frac{\mu}{3}$ را می‌یابیم:

$$\frac{5}{3} - \frac{1/5}{3} \leq \mu \leq \frac{5}{3} + \frac{1/5}{3} \Rightarrow \frac{14}{9} \leq \mu \leq \frac{16}{9}$$

(یگانه) (آمار استنباطی - برآورد) (دشوار)