

$$\widehat{BDC} = 3\widehat{ABD} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{ABD} = x \\ \widehat{BDC} = 3x \end{cases}$$

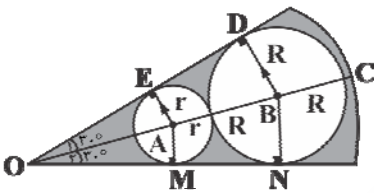
$$\text{محاوی } \widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} \Rightarrow x = \frac{\widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} = 2x$$

$$\text{محاوی } \widehat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow 3x = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 6x$$

$$\frac{\widehat{AOD}}{\widehat{AMD}} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{AD}}{\widehat{BC} - \widehat{AD}} = \frac{6x + 2x}{6x - 2x} = \frac{8x}{4x} = 2$$

(علوی) مفاهیم اولیه و زاویه در دایره - زاویه وتری داخلی و خارجی (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

A روی نیمساز  $\hat{O}$  است.  $AE = AM = r \Rightarrow$ 

$$\Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\triangle AOE: 30^\circ \text{ رو به } AE = \frac{1}{2}OA \Rightarrow r = \frac{1}{2}OA \Rightarrow OA = 2r \quad (1)$$

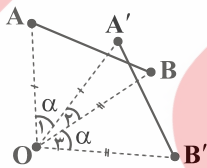
$$\triangle BOD: 30^\circ \text{ رو به } BD = \frac{1}{2}OB \Rightarrow BD = \frac{1}{2}(OA + AB) \xrightarrow{(1)} R = \frac{1}{2}(2r + r + R) \Rightarrow 2R = 3r + R \Rightarrow R = 3r \quad (2)$$

$$OC = OA + AB + BC = (R - r) + (r + R) + R = 3R \xrightarrow{(2)} OC = 9r$$

$$S_{\text{قسمت رنگی}} = S_{\text{قطاع } 60^\circ} - S_{\text{دایره کوچک تر}} - S_{\text{دایره بزرگ تر}} = \frac{60}{360} \times \pi \times (9r)^2 - \pi r^2 - \pi (3r)^2 = \frac{7}{2} \pi r^2$$

$$\frac{S_{\text{قسمت رنگی}}}{S_{\text{دایره کوچک تر}}} = \frac{\frac{7}{2} \pi r^2}{\pi r^2} = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}$$

(علوی) (روابط طولی در دایره - مساحت قطاع) (دشوار)

۳- گزینه «۲» - اگر اندازه زاویه دوران را  $\alpha$  فرض کنیم، داریم:

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \alpha$$

$$A'\hat{O}B' = 75^\circ \Rightarrow \hat{O}_2 + \alpha = 75^\circ \quad (1)$$

$$A\hat{O}B' = 130^\circ \Rightarrow (O_2 + \alpha) + \alpha = 130^\circ$$

$$\xrightarrow{(1)} 75^\circ + \alpha = 130^\circ \Rightarrow \alpha = 55^\circ$$

(علوی) (تبدیل‌های هندسی - دوران) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - نسبت مساحت دو شکل متجانس، مربع نسبت تجانس است؛ یعنی:

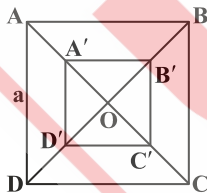
$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{A'B'C'D'} = \frac{4}{9} S_{ABCD} \quad (1)$$

$$S_{ABCD} - S_{A'B'C'D'} = 5 \xrightarrow{(1)} S_{ABCD} - \frac{4}{9} S_{ABCD} = 5 \Rightarrow \frac{5}{9} S_{ABCD} = 5$$

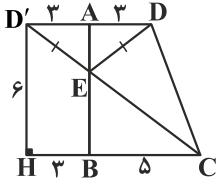
$$\Rightarrow S_{ABCD} = 9 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$ABCD \text{ محیط مربع} = 4a = 4 \times 3 = 12$$

(علوی) (تبدیل‌های هندسی - تجانس) (متوسط)



۵- گزینه «۱» - ابتدا نقطه D را نسبت به AB بازتاب می‌کنیم تا نقطه D' به دست آید، سپس از D' به C وصل می‌کنیم تا AB را در E قطع کند. در ادامه مطابق شکل داریم:

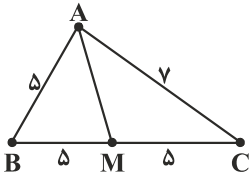


$$\Delta D'HC : D'C^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow D'C = 10$$

$$DE + EC = D'E + EC = D'C = 10$$

(علوی) (کاربرد تبدیل‌های هندسی - مسئله هرون) (متوسط)

۶- گزینه «۱» -

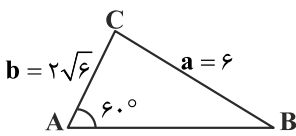


$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow 5^2 + 7^2 = 2 \times AM^2 + \frac{10^2}{2}$$

$$\Rightarrow 74 = 2AM^2 + 50 \Rightarrow 24 = 2AM^2 \Rightarrow AM^2 = 12 \Rightarrow AM = 2\sqrt{3}$$

(علوی) (روابط طولی در مثلث - قضیه میانه‌ها) (آسان)

۷- گزینه «۱» -



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{6}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{6}}{\sin B} \Rightarrow \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{18}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ$$

(کتاب همراه علوی) (روابط طولی در مثلث - قضیه سینوس‌ها) (دشوار)

۸- گزینه «۱» -

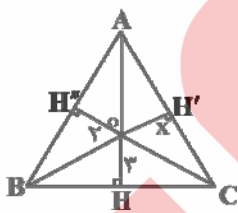
(مساحت:  $S_{\Delta ABC}$  و نصف محیط  $P : \Delta ABC$ )

$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$P = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \sqrt{21 \times (21-13)(21-14)(21-15)} = 84$$

از طرفی داریم:



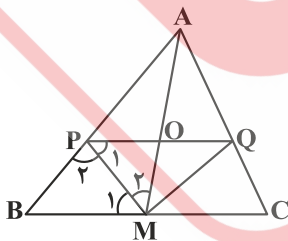
$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AOB} + S_{\Delta AOC} + S_{\Delta BOC}$$

$$\Rightarrow 84 = \frac{1}{2} \times 2 \times 14 + \frac{1}{2} \times x \times 15 + \frac{1}{2} \times 3 \times 13$$

$$\Rightarrow 84 = 14 + \frac{15x}{2} + \frac{39}{2} \Rightarrow 101 = 15x \Rightarrow x = \frac{101}{15}$$

(کتاب همراه علوی) (قضیه هرون) (دشوار)

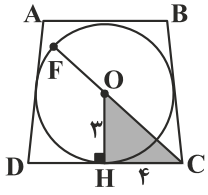
۹- گزینه «۴» -



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{AMB} \text{ در } PM \text{ - قضیه نیمسازها} \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AP}{PB} \\ \widehat{AMC} \text{ در } MQ \text{ - قضیه نیمسازها} \rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{AQ}{QC} \end{array} \right\} \xrightarrow{MB=MC} \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

طبق عکس تالس باید  $PQ \parallel BC$  باشد، بنابراین طبق قضیه خطوط موازی و مورب  $\hat{P}_1 = \hat{M}_1$  است و چون  $MP$  نیمساز است و  $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$

است، بنابراین  $\hat{M}_2 = \hat{P}_1$  می‌باشد؛ یعنی  $OM = OP$ . (سراسری - ۹۸) (قضیه نیمسازهای زوایای داخلی) (دشوار)



$$AB \cdot DC = (2R)^2 \Rightarrow \frac{9}{2} \times 8 = 4R^2 \Rightarrow R = 3$$

$$HC = DH = \frac{DC}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\triangle HOC: OC^2 = OH^2 + HC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow OC = 5$$

فاصله دورترین نقطه دایره تا یک رأس قاعده بزرگ =  $CF = OC + OF = OC + R = 5 + 3 = 8$

(سراسری - ۹۹) (دو زنگه متساوی الساقین محاطی و محیطی و چندضلعی‌های منتظم) (دشوار)

سراسری