

۱- گزینه «۲» -

$$\widehat{DAB} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{DB} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 100^\circ \Rightarrow x = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

(کتاب همگام علوی) (فصل اول - درس اول - دایره - زاویه در دایره - زاویه محاطی) (آسان)

۲- گزینه «۳» - نکته ۱: طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع R و R' برابر است با $2\sqrt{RR'}$

نکته ۲: قطعه‌ای از مماس مشترک داخلی دو دایره مماس خارج که بین «۲» مماس مشترکی خارجی آن قرار دارد با طول مماس مشترک خارجی «۲» دایره برابر است.

از این دو نکته نتیجه می‌شود:

$$|AB| = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{1 \times 4} = 4$$

(یکتا) (فصل سوم - درس دوم - دایره - روابط طولی در دایره - مماس مشترک) (متوسط)

۳- گزینه «۲» - نکته «۱»: شعاع دایره محاطی خارجی یک مثلث متساوی‌الاضلاع «۳» برابر شعاع محاطی داخلی آن است.

نکته «۲»: شعاع دایره محیطی یک مثلث متساوی‌الاضلاع «۲» برابر شعاع دایره محاطی داخلی آن است.

از نکته «۱» نتیجه می‌گیریم شعاع دایره محاطی داخلی مثلث «۱» است و از نکته «۲» نتیجه می‌گیریم شعاع دایره محیطی «۲» است.

(یکتا) (فصل اول - درس دوم - دایره - دایره محیطی و محاطی - شعاع دایره محیطی و محاطی داخلی و خارجی) (متوسط)

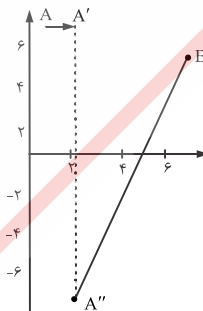
۴- گزینه «۴» - یک تجانس که نسبت تجانس منفی باشد معکوس و اگر قدرمطلق نسبت

تجانس بین صفر و یک باشد انقباض می‌باشد پس با توجه به اینکه $1 < \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} < \infty$ تجانس

یک انقباض معکوس است.

(یکتا) (فصل دوم - درس اول - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - تبدیل‌های هندسی - تجانس) (آسان)

۵- گزینه «۲» - ابتدا نقطه A را با بردار $a(1, 0)$ به A' انتقال می‌دهیم و سپس قرینه A' را نسبت به محور x ها A'' می‌نامیم جواب مسئله یکی بیش‌تر از $|A''B|$ است.



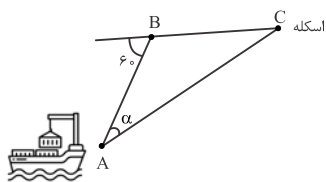
$$A(1, 0) \Rightarrow A'(1, 0) \Rightarrow A''(-1, 0)$$

$$|A''B| = \sqrt{(7-2)^2 + (4-0)^2} = 13$$

$$\text{جواب} = 13 + 1 = 14$$

(یکتا) (فصل دوم - درس دوم - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - کاربرد تبدیل‌ها - پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -



$$\left. \begin{array}{l} AB = 50 \text{ km} \\ BC = 30 \text{ km} \\ \widehat{ABC} = 120^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 = 50^2 + 30^2 - 2 \times 50 \times 30 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow BC = 70$$

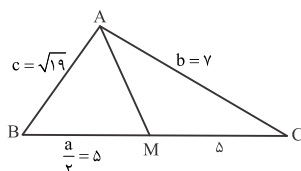
طبق قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} \Rightarrow \frac{70}{\sin 60^\circ} = \frac{30}{\sin A} \Rightarrow \sin A = \frac{3\sqrt{3}}{14}$$

(یکتا) (فصل سوم - درس اول و دوم - روابط طولی در مثلث - قضیه سینوس‌ها - قضیه کسینوس‌ها - قضیه

سینوس‌ها و قضیه کسینوس‌ها) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - طبق قضیه میانه‌ها داریم:



$$b^2 + c^2 = 2Am^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 49 + 19 = 2AM^2 + \frac{100}{2}$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 18 \Rightarrow AM = 3$$

در مثلث $\triangle AMB$ قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

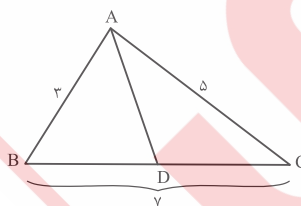
$$AB^2 = AM^2 + BM^2 - 2AM \times BM \times \cos(\widehat{AMB})$$

$$19 = 9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos(\widehat{AMB})$$

$$\cos \widehat{AMB} = \frac{1}{5} \Rightarrow \widehat{AMB} = 60^\circ$$

(یکتا) (فصل سوم - درس اول - روابط طولی در مثلث - قضیه سینوس‌ها - قضیه کسینوس‌ها) (دشوار)

۸- گزینه «۱» - طبق قضیه اول نیمسازها:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} \Rightarrow DB = \frac{21}{8} \quad DC = \frac{35}{8}$$

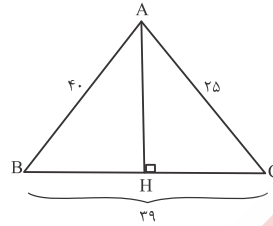
طبق قضیه دوم نیمسازها داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow AD^2 = 3 \times 5 - \frac{21}{8} \times \frac{35}{8}$$

$$\Rightarrow AD^2 = \frac{225}{64} \Rightarrow AD = \frac{15}{8}$$

(یکتا) (فصل سوم - درس سوم - روابط طولی در مثلث - قضیه نیمسازهای زوایای داخلی - طول نیمساز) (متوسط)

۹- گزینه «۱» - طبق قضیه هرون $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ است.



$$p = \frac{40 + 25 + 39}{2} = 52 \Rightarrow S = \sqrt{52 \times 13 \times 12 \times 27} = 468$$

از طرفی:

$$S = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow 468 = \frac{1}{2} AH \times 39 \Rightarrow AH = 24$$

(یکتا) (فصل چهارم - درس دوم - روابط طولی در مثلث - قضیه هرون - قضیه هرون) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - در مثلث قائم الزاویه $\triangle ADH$ داریم: $\frac{DH}{AD} = \frac{1}{2}$ پس $\hat{A} = 30^\circ$ پس مساحت

مثلث $\triangle ABC$ برابر است با:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 40 \times 25 \times \frac{1}{2} = 250$$

مساحت مثلث $\triangle ADH$ را باید از این مقدار کم کنیم.

$$AH^2 = AD^2 - DH^2 \Rightarrow AH = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ADH} = \frac{1}{2} AH \times DH = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس:

$$S_{DHBC} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADH} = 250 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(یکتا) (فصل سوم - درس چهارم - روابط طولی در مثلث - قضیه هرون - مساحت مثلث) (متوسط)