

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۴» - در حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل ابتدا جملات شامل X^2 و X را به سمت چپ و عدد ثابت را به سمت راست می‌بریم. در مرحله دوم ضریب X^2 را یک می‌کنیم. سپس نصف ضریب X را به توان دو رسانده، به طرفین اضافه می‌کنیم. در آخر عبارت سمت چپ را به شکل اتحاد مربع می‌نویسیم:

$$2x^2 - 5x - 7 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x = 7 \Rightarrow x^2 - \frac{5}{2}x = \frac{7}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = \frac{7}{2} + \frac{25}{16} \Rightarrow (x - \frac{5}{4})^2 = \frac{81}{16}$$

$$\Rightarrow m = \frac{5}{4}, n = \frac{81}{16} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{81}{16}} = \frac{20}{81}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دو و کاربردها) (متوسط)

۲- گزینه «۱» - چون $x = -\frac{1}{2}$ جواب معادله است، پس در خود معادله صدق می‌کند:

$$\frac{ax}{x-1} + \frac{2x-2}{ax} = 3 \Rightarrow \frac{a(-\frac{1}{2})}{-\frac{3}{2}} + \frac{-3}{-\frac{1}{2}} = 3 \Rightarrow \frac{a}{3} + \frac{6}{a} = 3 \Rightarrow \frac{a^2 + 18 - 9a}{3a} = 0$$

$$\text{هر دو جواب قابل قبول اند.} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ a = 3 \end{cases}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس ۲ - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - برای این که رابطه f تابع باشد می‌بایست زوج مرتب‌هایی که دارای مؤلفه اول برابرند، مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشند:

$$\begin{cases} (-1, a^2) \Rightarrow a^2 = b \\ (-1, b) \end{cases} \Rightarrow a^2 = a + 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$\begin{cases} (2, a+2) \Rightarrow a+2 = b \\ (2, b) \end{cases}$$

$$(a-2)(a+1) = 0 \Rightarrow a = 2, a = -1$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۱ - مفهوم تابع) (آسان)

۴- گزینه «۲» - ابتدا شیب خطی که از دو نقطه $(0, -2)$ و $(-2, 3)$ می‌گذرد را به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-2)}{-2 - 0} = \frac{5}{-2} = -\frac{5}{2}$$

چون دو خط موازی‌اند، پس شیب آن‌ها با هم برابر است:

$$A(-5, 1) \Rightarrow y - 1 = -\frac{5}{2}(x - (-5)) \Rightarrow y - 1 = -\frac{5}{2}x - \frac{25}{2} \Rightarrow y = -\frac{5}{2}x - \frac{23}{2}$$

$$y = -3x - 14 \Rightarrow \text{خط } d \text{ محور } y \text{ها را با عرض } -14 \text{ قطع می‌کند}$$

$$\text{عرض از مبدا: } y = mx + (h) \Rightarrow \text{معادله خط}$$

(سراسری) خارج از کشور - ۹۷ با تغییر (پایه دهم - فصل دوم - درس ۲ - نمودار تابع خطی) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -

$$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \Rightarrow 2x + 2y = 4 \Rightarrow x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x$$

$$\text{مساحت } S = xy = x(2 - x) \Rightarrow S = -x^2 + 2x \Rightarrow$$

چون یک سهمی است، پس در نقطه رأس خود دارای بیش‌ترین مقدار است

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2(-1)} = 1$$

$$S = -(1)^2 + 2 \cdot 1 = -1 + 2 = 1$$

(سراسری - ۹۸ با تغییر) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۲ - نمودار تابع درجه دوم) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - بنابراین میانگین داده‌ها به صورت زیرند:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow 18 = \frac{2(x) + x - 7 + 3x + 2 + 4x - 1}{5}$$

$$18 = \frac{4x + x - 7 + 3x + 2 + 4x - 1}{5} \Rightarrow x = 8$$

$$2x = 16$$

$$x - 7 = 1$$

$$3x + 2 = 26 \Rightarrow 16 \quad 16 \quad 26 \quad 31$$

$$4x - 1 = 31$$

$$\Rightarrow \text{میانسه } = 16$$

$$| \text{میانگین} - \text{میانسه} | = 18 - 16 = 2$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۲ - معیارهای گرایش به مرکز) (متوسط)

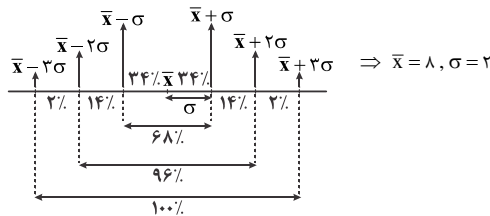
۷- گزینه «۲» - یک قانون مشهور در آمار بیان می‌کند که:

تقریباً ۶۸٪ داده‌ها در بازه $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$ قرار دارند که به این بازه فاصله ۱ برابر انحراف معیار از میانگین هم می‌گویند.

تقریباً ۹۶٪ داده‌ها در بازه $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ قرار دارند که به این بازه فاصله ۲ برابر انحراف معیار از میانگین هم می‌گویند.

تقریباً ۱۰۰٪ داده‌ها در بازه $(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$ قرار دارند که به این بازه فاصله ۳ برابر انحراف معیار از میانگین هم می‌گویند.

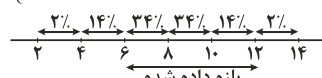
بنابراین داریم:



$$\bar{x} - \sigma = 8 - 2 = 6, \bar{x} + \sigma = 10$$

$$\bar{x} - 2\sigma = 8 - 4 = 4, \bar{x} + 2\sigma = 12$$

$$\bar{x} - 3\sigma = 8 - 6 = 2, \bar{x} + 3\sigma = 14$$



$$\Rightarrow 34\% + 34\% + 14\% = 82\%$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۲ - معیارهای پراکنندگی) (دشوار)

۸- گزینه «۱» -

$$\text{زاویه بین دو شعاع مجاور} = \frac{360^\circ}{\text{تعداد متغیرها}} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

چون ۵ متغیر وجود دارد، بنابراین ۵ نیم‌خط هم داریم.

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس ۲ - نمودارهای چندمتغیره) (آسان)

۹- گزینه «۱» - با استفاده از قانون‌های زیر هم‌ارزی خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$1) p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$2) \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q, \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

قانون ۱

$$\text{قانون پخشی} \Rightarrow \sim (q \wedge r) \equiv \sim q \vee \sim r \equiv \sim [(q \wedge r) \vee \sim r]$$

$$3) p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

قانون ۳

$$\equiv \sim [\sim q \vee \sim r] \vee \sim r \equiv [(q \wedge r) \vee \sim r] \equiv$$

دومرگان

$$(\sim r \vee q) \wedge (\sim r \vee r) \equiv T \wedge (\sim r \vee q) \equiv (\sim r \vee q)$$

چهاره ای همیشه درست (T) / چه درست باشد چه نادرست

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها) (دشوار)

۱۰- گزینه «۲» - هر تابع چندضابطه‌ای که در هر ضابطه مقدار تابع عددی ثابت است را تابع یلکانی می‌نامند، بنابراین ضریب X در ضابطه اول باید صفر باشد:

$$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ -3 + 2x & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ -1 & x < -1 \end{cases}$$

برای به دست آوردن $f(-2)$ از ضابطه پایین و برای به دست آوردن $f(3)$ از ضابطه بالا استفاده می‌کنیم:

$$f(-2) = -1 \Rightarrow f(-2) - f(3) = -1 - 0 = -1$$

$$f(3) = 0$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۲ - تابع یلکانی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۲» - به تابعی که ضابطه‌اش $f(x) = x$ باشد، تابع همانی می‌گوییم:

$$f(2k) = 9 - k \Rightarrow 2k = 9 - k \Rightarrow 3k = 9 \Rightarrow k = 3$$

$$f(-\frac{1}{3}k) = f(-\frac{1}{3}(3)) = f(-1) = -1$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۱ - تابع همانی) (آسان)

۱۲- گزینه «۱» -

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$$-4 \leq x < -3 \Rightarrow [x] = -4, \text{sign}(x) = -1 \Rightarrow$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = -1 - (-4) = -1 + 4 = 3$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۲ - اعمال بر روی توابع) (آسان)

$$\times 100 = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

$$\text{تعداد شاغلین} + \text{تعداد بیکاران} = \text{جمعیت فعال}$$

$$142 + 2500 = 2642$$

اگر تعداد شغل‌های جدید را x فرض کنیم تعداد بیکاران جدید $142 - x$ خواهد بود.

$$4 = \frac{142 - x}{2642} \times 100 \Rightarrow 4 \times 2642 = 14200 - 100x$$

$$x = 36/32$$

حداقل باید ۳۶ شغل ایجاد شود.

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌های آماری) (دشوار)

۱۴-گزینه «۱» - اگر درآمدهای افراد جامعه به ما داده شود، دو راه برای یافتن خط فقر وجود دارد، یکی روش نصف میانه و دیگری روش نصف میانگین. اگر اختلاف بین کم‌درآمدترین و پردرآمدترین فرد جامعه خیلی زیاد باشد، بهتر است برای یافتن خط فقر از روش نصف میانه استفاده کنیم:

$$2, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 70$$

$$Q_2 = \text{میانه} = \frac{4+6}{2} = 5$$

$$\text{خط فقر} = \frac{Q_2}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

فقط ۲ نفر زیر خط فقر قرار دارد. چون درآمد آن‌ها ۲ میلیون تومان است و خط فقر برابر ۲/۵ میلیون تومان است.

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌های آماری - خط فقر) (متوسط)

۱۵-گزینه «۴» - چون تکرار ارقام غیرمجاز است و عدد صفر جزء ارقام است، باید دو حالت در نظر بگیریم (می‌دانیم که عددی بر ۵ بخش پذیر است که یکان آن صفر یا ۵ باشد).

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{فقط صفر} & & \\ \hline 4 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \text{تعداد اعداد} = 4 \times 3 \times 1 = 12$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{فقط ۵} & & \\ \hline 3 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \text{تعداد اعداد} = 3 \times 3 \times 1 = 9$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل اعداد مطابق اصل جمع} = 12 + 9 = 21$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - شمارش) (متوسط)

$$n(s) = 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$A \Rightarrow n(A) = 7 \times 6 \times 5 \times 4$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{7 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{120}{343}$$

$$\text{حداقل دو نفر در یک روز هفته متولد شده باشند.} \Rightarrow p(A') = 1 - p(A) \Rightarrow p(A') = 1 - \frac{120}{343} = \frac{223}{343}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال) (متوسط)

۱۷-گزینه «۴» - مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$18 = \frac{12}{2} [2(-\frac{1}{3}) + (11)d] \Rightarrow 18 = 6[-\frac{2}{3} + 11d] \Rightarrow$$

$$11d - \frac{2}{3} = 3 \Rightarrow 11d = \frac{11}{3} \Rightarrow d = \frac{1}{3}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \text{ جمله عمومی یک دنباله حسابی}$$

$$\frac{5}{3} = -\frac{1}{3} + (n-1)\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5}{3} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}n - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}n = \frac{7}{3} \Rightarrow n = 7 \text{ جمله هفتم}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (متوسط)

۱۸-گزینه «۲» - دنباله، یک دنباله هندسی است که نسبت مشترک آن برابر $-\frac{1}{3}$ است.

$$16, -8, 4, \dots$$

$$-\frac{8}{16} = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{4}{-8} = -\frac{1}{2}, r = -\frac{1}{2}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \text{ جمله عمومی دنباله هندسی:}$$

$$a_8 = 16(-\frac{1}{2})^7 = 16(-\frac{1}{2})^4(-\frac{1}{2})^3 = -\frac{1}{8}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - دنباله هندسی) (آسان)

$$15 \times 3^{0.8} \times 27^{0.21} \times (\frac{1}{3})^{-0.29} = 5 \times 3 \times 3^{0.8} \times (3)^{0.63} \times 3^{0.29}$$

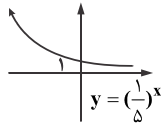
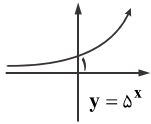
$$= 5 \times 3 \times 3^1 = 45$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۲ - ریشه n ام و توان گویا) (متوسط)

۲۰-گزینه «۳» - تابع $y = a^x$ را یک تابع نمایی می‌گوییم. اگر $a > 1$ نمودار حالت افزایشی

و اگر $0 < a < 1$ باشد، نمودار حالت کاهشی دارد. هر دو نمودار محور y ها را در نقطه‌ای

به عرض ۱ قطع می‌کند، بنابراین گزینه «۳» صحیح است.



(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۳ - تابع نمایی) (متوسط)