

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۴» -

$$\xrightarrow{x=1} \left(1 + \frac{1}{1}\right)^2 - \frac{1+1}{1} = 4 - 2 = 2$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم - فصل اول - درس دوم - عبارت‌های گویا)

۲- گزینه «۳» -

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(2)} = -1 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 0$$

بنابراین گزینه «۳» درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2(2)} = 1 > 0, \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(2)(2) = 0$$

چون رأس سهمی با توجه به نمودار منفی است، پس این گزینه نیز نادرست است.

گزینه «۲»: چون دهانه سهمی رو به بالا است باید ضریب x^2 مثبت باشد.

گزینه «۴»: معادله $y = 0$ دارای ریشه مضاعف است. (خط $y = 0$ سهمی را در یک نقطه با طول منفی قطع می‌کند). در سهمی به

معادله $y = ax^2 + bx + c$ تعیین کننده محل تقاطع سهمی با محور y ها است که با توجه به نمودار $c = 2$ می‌باشد.

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم - فصل سوم - درس چهارم - نمودار تابع درجه ۲)

۳- گزینه «۱» - چون $x = -4$ جواب معادله است پس در معادله صدق می‌کند:

$$\frac{ax}{x-2} - \frac{x-3}{x-1} + 2 = 0 \Rightarrow \frac{a(-4)}{-4-2} - \frac{-4-3}{-4-1} + 2 = 0 \Rightarrow \frac{-4a}{-6} - \frac{-7}{-5} + 2 = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}a - \frac{7}{5} + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{2}{3}a = -2 + \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{2}{3}a = -\frac{3}{5} \Rightarrow a = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{2}{3}} = -\frac{9}{10}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم - فصل دوم - درس سوم - معادله شامل عبارت‌های گویا)

۴- گزینه «۴» - رابطه‌ای به صورت مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها به شرطی تابع است که مؤلفه‌های اول آن‌ها تکراری نباشند. اگر مؤلفه‌های اول،

زوج مرتب با هم برابر بودند شرط آن که رابطه تابع باشد این است که مؤلفه‌های دوم همان دو زوج مرتب نیز با هم برابر باشند:

$$\begin{cases} (2, -2a+b), (2, -1) \\ -2a+b = -1 \\ (4, a-b), (4, 3) \\ a-b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a+b = -1 \\ a-b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -5 \end{cases}$$

$$a-b = -2 - (-5) = -2 + 5 = 3$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم - فصل سوم - درس اول - مفهوم تابع)

۵- گزینه «۳» -

$$\bar{x} = 11, \sigma^2 = 3, n = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_7^2}{10} - 11^2 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_7^2 = 1240$$

اگر داده‌های ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ را کم کنیم، تعداد داده‌ها، $n' = 7$ می‌شود:

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_7^2 = 1240 - (12^2 + 11^2 + 10^2) = 875$$

میانگین این ۷ داده عبارت است از:

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{10 \times 11 - (12 + 11 + 10)}{7} = 11$$

$$\Rightarrow (\sigma^2)_{\text{جدید}} = \frac{875}{7} - 11^2 = 4$$

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{\sigma} = \sqrt{4} = 2$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم - فصل چهارم - درس سوم - معیارهای پراکندگی)

۶- گزینه «۲» - نوع متغیر «مدت زمان پیاده‌روی» کمی و مقیاس آن نسبتی است. مدت زمان از جنس عدد و رقم است بنابراین متغیر کمی است.

انواع مقیاس‌های اندازه‌گیری

اسمی	ترتیبی	برای متغیرهای کیفی

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - گردآوری داده‌ها)

۷- گزینه «۱» -

$$\text{عدد روی محور فیزیک} = \frac{\text{نمره فیزیک دانش آموز}}{\text{ماکزیمم نمره فیزیک در کلاس}} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{x}{15} \times 100 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{عدد روی محور شیمی} = \frac{\text{نمره شیمی دانش آموز}}{\text{ماکزیمم نمره شیمی در کلاس}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{y}{20} \times 100 \Rightarrow y = 16$$

$$\text{عدد روی محور زبان} = \frac{\text{نمره زبان دانش آموز}}{\text{ماکزیمم نمره زبان در کلاس}} \times 100 \Rightarrow 50 = \frac{z}{18} \times 100 \Rightarrow z = 9$$

$$\text{میانگین نمرات} = \frac{3 + 16 + 9}{3} = 9/3$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم - فصل پنجم - درس دوم - نمودارهای چند متغیره)

۸- گزینه «۲» - روش استفاده شده در مغالطه نادرست است.

$$\text{مغالطه} \left\{ \begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ q \\ \therefore p \end{array} \right.$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مثال: مقدمه ۱: اگر شب چهاردهم باشد، آن‌گاه ماه کامل است.

مقدمه ۲: امشب شب چهاردهم ماه است.

∴ امشب ماه کامل است.

در این استدلال، نتیجه قطعاً درست است چون مقدمه ۱ درست است.

گزینه‌های «۳» و «۴» مطابق مطالب کتاب درسی درست می‌باشند.

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه یازدهم - فصل اول - درس دوم - استدلال‌های ریاضی)

۹- گزینه «۳» - نکته: تابع جزء صحیح به هر عدد صحیح k خود همان عدد k و به تمام اعداد میان دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$ ، عدد صحیح k را نسبت می‌دهد.

$$f(x) = [x - \frac{3}{4}] + [-2x] \Rightarrow f(\frac{1}{3}) = [\frac{1}{3} - \frac{3}{4}] + [-2 \times \frac{1}{3}] = [-\frac{5}{12}] + [-\frac{2}{3}] = [-\frac{1}{12}] + [-\frac{8}{12}] = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4} = -0.75$$

$$f(-\frac{1}{4}) = [-\frac{1}{4} - \frac{3}{4}] + [-2(-\frac{1}{4})] = [-1] + [\frac{1}{2}] = [-\frac{1}{2}] + [0] = -\frac{1}{2} = -0.5 \Rightarrow f(\frac{1}{3}) - f(-\frac{1}{4}) = -0.75 - (-0.5) = -0.25 = -\frac{1}{4}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع جزء صحیح)

۱۰- گزینه «۴» - نمودار رسم شده همان نمودار $y = -|x|$ است که ۳ واحد به سمت چپ ۲ واحد به بالا رفته است.

اگر نمودار $y = -|x|$ را a واحد به سمت چپ و b واحد به بالا ببریم به ضابطه $y = -|x+a|+b$ می‌رسیم. در این‌جا $a = 3$ و $b = 2$ می‌باشد بنابراین داریم:

$$y = -|x+3|+2$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع قدرمطلق)

۱۱- گزینه «۳» - دامنه g و f را به دست می آوریم:

$$D_f = \{f\} = \{-1, 0, 1, -2\}$$

$$D_g = \{g\} = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{-1, -2, 0\}$$

حالا باید مقدار تابع $f-g$ را به ازای $x = -1$ و $x = -2$ و $x = 0$ به دست آوریم:

$$\begin{cases} x = -1: f(-1) = 2, g(-1) = 4 \Rightarrow (f-g)(-1) = 2-4 = -2 \\ x = -2: f(-2) = 5, g(-2) = 3 \Rightarrow (f-g)(-2) = 5-3 = 2 \Rightarrow f-g = \{(-1, -2), (-2, 2), (0, 1)\} \\ x = 0: f(0) = 3, g(0) = 2 \Rightarrow (f-g)(0) = 3-2 = 1 \end{cases}$$

مجموعه همه مؤلفه‌های دوم زوج مرتب $f-g$ ، برد این تابع است. بنابراین داریم:

$$R_{f-g} = \{-2, 2, 1\}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع)

۱۲- گزینه «۱» - تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم گویند. به عبارت دیگر اگر شاخص بهای کالا و خدمات در یک سال مشخص نسبت به سال پایه افزایش یابد تورم ایجاد می‌شود. درصد تورم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{درصد تورم} = \frac{40-25}{25} \times 100 = 60 \Rightarrow \text{شاخص بهای در سال قدیم} - \text{شاخص بهای در سال جدید} = \text{درصد تورم} \times \frac{\text{شاخص بهای در سال قدیم}}{100}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس اول - تورم)

۱۳- گزینه «۲» - چون صفر جزء رقم‌هاست و تکرار ارقام غیرمجاز می‌باشد دو حالت در نظر بگیریم:

حالت ①

۴	۳	۲	۱
---	---	---	---

 $\Rightarrow 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
فقط ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

حالت ②

۳	۳	۲	۲
---	---	---	---

 $\Rightarrow 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$
فقط ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

$$\text{تعداد کل اعداد مطلوب طبق اصل جمع} = 24 + 36 = 60$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - شمارش)

۱۴- گزینه «۴» - وقتی ۲ کارت با شماره‌های فرد را بیرون می‌کشیم، ۵ کارت زوج و ۳ کارت فرد داریم. فضای نمونه انتخاب یک کارت از این ۸ کارت باقی‌مانده عبارت است از:

$$n(S) = \binom{8}{1} = 8$$

پیشامد مطلوب، انتخاب یک کارت از بین ۵ کارت زوج است.

$$n(A) = \binom{5}{1} = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{8}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۱۵- گزینه «۱» -

$P(A)$: هیچ کدام از دو تاس مضرب ۲ نیاید:

$$\begin{aligned} \text{از تاس اول: } \{1, 3, 5\} &\Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4} \\ \text{از تاس دوم: } \{1, 3, 5\} & \end{aligned}$$

$$P(A') : \text{حداقل یکی از دو تاس مضرب ۲ بیاید} \Rightarrow P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۱۶- گزینه «۳» -

$$S_n = n^2 = 30^2 = 900$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله‌های حسابی)

۱۷- گزینه «۲» - جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $a_n = a_1 r^{n-1}$ است که a_1 جمله اول و r نسبت مشترک دنباله است:



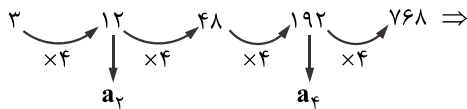
$a_1 = 3$

$a_5 = 768$

از $a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_5 = a_1 r^4$
 $768 = 3r^4 \Rightarrow r^4 = 256 \Rightarrow r = \sqrt[4]{256} \Rightarrow r = \pm 4$

چون روی سؤال جملات با نسبت مشترک مثبت را گرفته بنابراین $r = 4$ در نظر می‌گیریم:

جملات دنباله را یا از ضرب کردن جمله قبلی در عدد ۴ به دست می‌آوریم یا از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ استفاده می‌کنیم، در هر صورت جملات به صورت زیر است:



$a_3 + a_4 = 12 + 192 = 204$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۸- گزینه «۱» -

$\xrightarrow{a=b=1} (a+b)^5 = 2^5 = 32$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس دوم - ریشه نام و توان گویا)

۱۹- گزینه «۳» -

$(1, 1) \Rightarrow 2 + 3 \neq 1$

$(1, -1) \Rightarrow 2 - 3 = -1 \neq 1$

$(-1, 1) \Rightarrow -2 + 3 = 1 = 1 \checkmark$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس سوم - تابع نمایی)

۲۰- گزینه «۴» - گزینه‌ای مورد نظر است که مخرج را صفر کند.

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس سوم - تابع زوال نمایی)