

ریاضی

گزینه «۴» -

$${}^2 \log x + 3 = \log x - 2 \Rightarrow 2 \log x = -5 \Rightarrow \log x = -\frac{5}{2}$$

$$\log \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3} \log x = \frac{1}{3} \times -\frac{5}{2} = -\frac{5}{6}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - معادله لگاریتمی) (آسان)

گزینه «۳» - از طرفین رابطه داده شده مشتق میگیریم.

$$(2x+3)f'(x^2+3x) = -\frac{f}{x^2} g'(\frac{f}{x})$$

$$x=1 \Rightarrow \Delta f'(f) = -4g'(f) \Rightarrow \frac{f'(f)}{g'(f)} = -\frac{4}{5}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق مرکب) (متوسط)

گزینه «۱» -

$$p(A) = \frac{7}{10} \times \frac{4}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{28+6}{100} = \frac{34}{100}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل هفتم - قاعده احتمال کل) (متوسط)

گزینه «۳» - هر نقطه اکسترمم نسبی، بحرانی است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - نقطه عطف و اکسترمم بحرانی) (متوسط)

گزینه «۲» -

$$f'(x) = 2x^2 + 3 > 0$$

چون معادله  $f' = 0$  ریشه حقیقی ندارد پس نقاط بحرانی، ۱- و ۲ هستند.

$$f(-1) = k - 4 = \min f$$

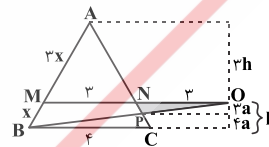
$$f(2) = k + 14 = \max f$$

$$(k+14) + (k-4) = 10 \Rightarrow 2k = 0 \Rightarrow k = 0$$

$$f'(k+1) = f'(1) = 2+3=5$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - اکسترمم‌های مطلق) (متوسط)

گزینه «۲» -



$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNC}} = \frac{\frac{1}{2} \times a \times h}{\frac{1}{2} \times a' \times h'} = \frac{a \times h}{a' \times h'} = \frac{16 \times 9}{9 \times 1} = 16$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل دوم - تشابه و تالی) (آسان)

گزینه «۳» -

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2k^2 - \Delta k - \gamma}{-2x^2 + \Delta x + 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2k^2 - \Delta k - \gamma}{(x-3)(-2x-1)} = \frac{2k^2 - \Delta k - \gamma}{0^+} = -\infty$$

$$\Rightarrow 2k^2 - \Delta k - \gamma < 0 \Rightarrow -1 < k < \frac{\gamma}{2} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0, 1, 2, 3\}$$

بنابراین چهار مقدار صحیح برای k به دست می‌آید.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - حدی نهایی) (متوسط)

گزینه «۴» -

$$a = \left[ \frac{1}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} \right] - \frac{1}{[-\sqrt{2}]} = [2 + \sqrt{5}] - \frac{1}{-\sqrt{2}} = 4 + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{9}{2}$$

$$f'(x) = 4x - \frac{\gamma}{2\sqrt{2x}} = 4x - \frac{1}{\sqrt{2x}} \Rightarrow f'(\frac{9}{2}) = 18 - \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{53}{3}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - قوانین مشتق‌گیری) (دشواری)

گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{(x-1)(x+1)} = 1 \Rightarrow f'(1) = 2$$

خط L بر تابع  $f(x)$  در  $x=1$  مماس شده است، بنابراین:

$$\frac{b-0}{4-(-4)} = 2 \Rightarrow b = 16$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - خط مماس) (ساده)

گزینه «۱» -

$$\frac{\cos 2\alpha}{1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha} = \frac{f}{\Delta}$$

$$\Rightarrow \Delta \cos 2\alpha = f - 2 \sin^2 2\alpha \Rightarrow \Delta \cos 2\alpha = f - 2(1 - \cos^2 2\alpha)$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 2\alpha - \Delta \cos 2\alpha + 2 = 0 \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{1}{2}$$

$$1 - 2 \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 - 4 \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\frac{x(2x+1)}{8x^2+1}} - \sqrt{\frac{2x+1}{1+x^2}} \right) = \sqrt{\frac{2}{8}} - 0 = \frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - حد در بی‌نهایت) (آسان)

گزینه «۴» -

$$f(f) = g(f) \Rightarrow fa + b = \frac{\gamma}{\Delta}$$

$$f'(2) = g'(f) \Rightarrow a = \frac{\frac{1}{2} \times 5 - 2}{25} = \frac{-3}{100}$$

$$b = \frac{\gamma}{\Delta} - f \left( \frac{-3}{100} \right) = \frac{\gamma}{\Delta} + \frac{3}{25} = \frac{13}{25}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - شرط مماس بودن دو منحنی) (متوسط)

گزینه «۳» -

$$f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{1 - \cos 4x}{2} \right)$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

گزینه «۲» -

$$f\left(\frac{x-1}{x+2}\right) = x \Rightarrow f\left(\frac{x+2-3}{x+2}\right) = x \Rightarrow f\left(1 - \frac{3}{x+2}\right) = x$$

$$1 - \frac{3}{x+2} = t \Rightarrow \frac{3}{x+2} = 1-t \Rightarrow x+2 = \frac{3}{1-t} \Rightarrow x = \frac{3}{1-t} - 2 = \frac{2t+1}{1-t}$$

$$f(t) = \frac{2t+1}{1-t} \Rightarrow f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{2}{x}+1}{1-\frac{1}{x}} = \frac{x+2}{x-1}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع مرکب) (متوسط)

گزینه «۱» -

$$\frac{2}{4\sqrt{3}-7} \times \frac{4\sqrt{3}+7}{4\sqrt{3}+7} = \frac{8\sqrt{3}+14}{48-49} = -8\sqrt{3}-14$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - گویا کردن کسر) (آسان)

گزینه «۱» -

$$(-2)^2 = \frac{1}{2} \log_2(3-x) \Rightarrow \log_2(3-x) = 2 \Rightarrow 3-x = 2^2 = 4 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow x = -2 \times 2 + 3 = -4 + 3 = -1 \Rightarrow \log(x+252) = 2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - معادله لگاریتمی) (آسان)

۱۷- گزینه «۴» -

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 = S^2 - 2PS = (1)^2 - 2(-2)(1) = 1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - S و P) (آسان)

۱۸- گزینه «۱» - فضای نمونه‌ای برابر ۶ خواهد بود چون سه دختری و سه پسری به واسطه شرط سوال حذف خواهد شد. احتمال آن را حساب می‌کنیم که دو دختر و یک پسر داشته باشند.

$$p = \frac{\binom{3}{2}}{6} = \frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل هفتم - احتمال شرطی) (آسان)

۱۹- گزینه «۲» -

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{12} (N^2 - 1) = \frac{3^2}{12} (4^2 - 1) = \frac{3}{4} \times 15 = \frac{45}{4}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل هفتم - واریانس) (آسان)

۲۰- گزینه «۴» -

$$x^2 + y^2 + 6x = 0 \Rightarrow W(-3, 0), r = 3$$

$$x^2 + y^2 - 4y = 0 \Rightarrow W'(0, 2), r' = 2$$

$$d = |WW'| = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

چون  $|r - r'| < d < r + r'$  است بنابراین دو دایره متقاطع‌اند.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ششم - اوضاع نسبی دو دایره) (آسان)

۲۱- گزینه «۱» -

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ششم - خروج از مرکز بیضی) (آسان)

۲۲- گزینه «۱» - چون به حرف «ی» ختم می‌شود کافی است جایگشت سه حرف دیگر را حساب کنیم.

$$P_3 = 3! = 6$$

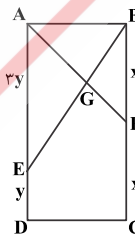
(نصیری) (پایه دهم - فصل ششم - جایگشت) (آسان)

۲۳- گزینه «۳» - دو مثلث AGE و BGF با هم متشابه‌اند و نسبت تشابه آنها برابر  $\frac{x}{3y}$

خواهد بود.

$$\frac{BG}{EG} = \frac{x}{3y} \Rightarrow \frac{BG + EG}{EG} = \frac{x + 3y}{3y}$$

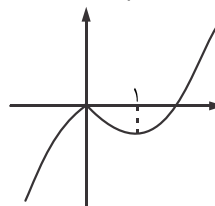
$$\Rightarrow \frac{EB}{EG} = \frac{x + 3y}{3y} \quad 3y = 2x \Rightarrow \frac{EB}{EG} = \frac{5}{3}$$



(نصیری) (پایه یازدهم - فصل دوم - تشابه) (متوسط)

۲۴- گزینه «۳» -

$$|x|(x-2) = \begin{cases} x(x-2) & x \geq 0 \\ -x(x-2) & x < 0 \end{cases}$$



تابع f در بازه [0, 1] اکیداً نزولی است.

(نصیری) (پایه دوازدهم فصل اول - یکنوایی) (متوسط)

۲۵- گزینه «۱» -

$$\Delta = k^2 - 16 = 0 \Rightarrow k = \pm 4$$

اگر  $k = -4$  باشد ریشه مضاعف، مثبت خواهد شد.

$$A(-4, -4)$$

فاصله A از خط برابر است با:

$$AH = \frac{|-12 - 16 - 4|}{5} = \frac{32}{5} = 6.4$$

(نصیری) (پایه یازدهم آ فصل اول - فاصله نقطه از خط) (آسان)

۲۶- گزینه «۲» -

$$f(-\sqrt{2}) = [-2] = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{2})^+} [-x^2] = [-(2^-)] = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{2})^-} [-x^2] = [-(2^+)] = -2$$

f در  $-\sqrt{2}$  پیوستگی راست دارد.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ششم - پیوستگی) (متوسط)

۲۷- گزینه «۳» -

$$\cos x - \sin x = -2 \cos x \Rightarrow 3 \cos x = \sin x$$

$$\Rightarrow \tan x = 3 \Rightarrow -\tan x = -3$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - تغییر زاویه) (آسان)

۲۸- گزینه «۴» - دامنه تابع f(x) بازه  $(-\infty, 1]$  است و همچنین دامنه تابع  $\sqrt{x}$  بازه  $[0, +\infty)$  است که اشتراک آنها  $[0, 1]$  خواهد بود. ضابطه y را بدست می‌آوریم.

$$y = x - (f(x))^2 = x - (1-x)^2 = 2x - 1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل سوم - اعمال جبری روی تابع) (متوسط)

۲۹- گزینه «۴» - الگوی خطی را  $t_n = an + b$  در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} a + b = -2 \\ 10a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = -3$$

$$t_n = n - 3$$

بزرگترین جمله سه رقمی ۹۹۹ خواهد بود.

(نصیری) (پایه دهم - فصل اول - الگوی خطی) (آسان)

۳۰- گزینه «۴» -

$$f(2x) < f(x) \Rightarrow |2x| - 2x < |x| - x \Rightarrow |x| < x \Rightarrow x \in \emptyset$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل پنجم - تابع قدرمطلق) (آسان)