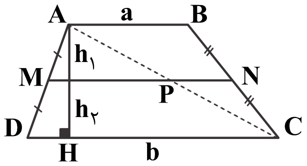
هندسه

۱- گزینه «۳» ـ مقدمه ۱: خطی که وسط دو ساقِ ذوزنقه را به هم وصل می‌کند، ارتفاع ذوزنقه را نصف می‌کند. یعنی بنابر شکل:



$$h_1 = h_2$$

(راهنمایی: برای اثبات کافی است در مثلث ADH، قضیه تالس را بنویسید.)

مقدمه ۲: خطی که وسط دو ساقِ ذوزنقه را به هم وصل می‌کند طولی برابر میانگین حسابی دو قاعده دارد:

$$MN = \frac{1}{2}(AB + CD)$$

(راهنمایی: در دو مثلث ADC و CAB بنابر قضیه تالس به‌دست می‌آید $MP = \frac{1}{2}DC$ و $NP = \frac{1}{2}AB$. با جمع کردن این دو برابری ادعای انجام شده ثابت می‌شود.)

اکنون بنابر فرض مسئله:

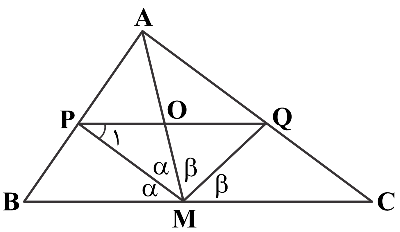
$$\frac{a}{b} = \frac{1}{3}, MN = \frac{1}{2}(a+b) \xrightarrow{b=3a} MN = \frac{1}{2}(a+3a) = 2a$$

نسبت مساحت‌ها را می‌نویسیم:

$$\frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} = \frac{\frac{1}{2}h_1 \times (a+2a)}{\frac{1}{2}h_2 \times (2a+3a)} = \frac{h_1 \times 3a}{h_2 \times 5a} \xrightarrow{h_1=h_2} \frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} = \frac{3}{5}$$

(سراسری با تغییر) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ فصل سوم ـ درس دوم ـ تالس در ذوزنقه ـ محاسبه مساحت)

۲- گزینه «۱» ـ بنابر تمرین ۱ صفحه ۷۲ کتاب درسی:



$$PQ \parallel BC \quad (1)$$

از طرف دیگر در مثلث ABM، بنابر قضیه تالس:

$$\frac{OP}{BM} = \frac{AO}{AM} \quad (2)$$

و در مثلث ACM، بنابر قضیه تالس:

$$\frac{OQ}{MC} = \frac{AO}{AM} \quad (3)$$

از برابری‌های (۲) و (۳) به‌دست می‌آید:

$$\frac{OP}{BM} = \frac{OQ}{MC} \xrightarrow[BM=MC]{\text{AM میانه است}} OP = OQ = \frac{1}{2}PQ \quad (4)$$

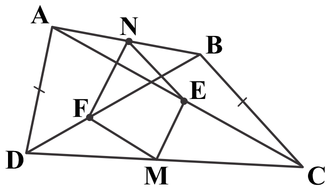
چون $PQ \parallel BC$ و PM مورب است، پس $\hat{P}_1 = \alpha$. در نتیجه $OM = OP$.

اکنون از برابری (۴) به‌دست می‌آید:

$$OM = \frac{1}{2}PQ \xrightarrow{\text{طبق فرض } PQ=4} OM = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ درس سوم ـ قضیه نیم‌سازها ـ تالس)

۳- گزینه «۳» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. NF در مثلث BAD وسط دو ضلع BA و BD را به هم وصل می‌کند (به این خط میان‌خط می‌گوییم)، پس:



$$NF = \frac{۱}{۲}AD$$

به همین صورت:

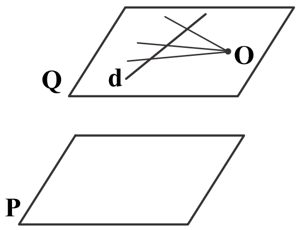
$C\hat{A}D$ میان‌خط $EM \rightarrow EM = \frac{۱}{۲}AD$

$A\hat{B}C$ میان‌خط $EN \rightarrow EN = \frac{۱}{۲}BC$

$D\hat{B}C$ میان‌خط $FM \rightarrow FM = \frac{۱}{۲}BC$

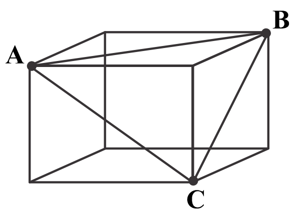
اکنون از برابری‌های بالا و توجه به این مطلب از فرض مسئله که $AD = BC$ به‌دست می‌آید $NE = EM = MF = FN$. پس چهارضلعی NEMF لوزی است. (سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ درس اول ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ قضیه تالس ـ میان‌خط ـ شکل حاصل از وسط دو ضلع و وسط قطر)

۴- گزینه «۲» ـ تنها زمانی شرایط مسئله رُخ می‌دهد که صفحه گذرنده از نقطه O و خط d (صفحه Q در شکل) با صفحه P موازی باشد. در این حالت خط d موازی صفحه P است. پس گزینه «۲» درست است.



(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ درس اول ـ وضع خط و صفحه)

۵- گزینه «۳» ـ طول یال مکعب را a فرض می‌کنیم. مطابق شکل، سطح مقطع ایجاد شده مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $a\sqrt{۲}$ است. (مثلث ABC را در شکل ببینید) بنابراین:



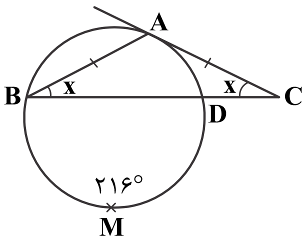
$$S_{ABC} = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۴}(a\sqrt{۲})^۲ = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۴}\times a^۲ \times ۲ = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۲$$

در نتیجه:

مساحت یکی از وجه‌های مکعب $= a^۲ = ۴$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ درس دوم ـ بُرش)

۶- گزینه «۳» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم:



$$\hat{B} = \frac{۱}{۲}\widehat{AD} \Rightarrow \widehat{AD} = ۲x$$

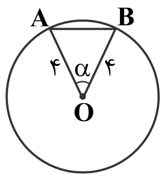
$$\hat{C} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{AD}}{۲} \Rightarrow \widehat{AB} = ۴x$$

از طرف دیگر $\widehat{AD} + \widehat{AB} + \widehat{BMD} = ۳۶۰^\circ$. اکنون به‌دست می‌آید:

$$۲x + ۴x + ۲۱۶^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow x = ۲۴^\circ$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس اول ـ زاویه‌ها در دایره)

۷- گزینه «۳» ـ ۱۲ ضلعی منتظم از ۱۲ مثلث هم‌نهشت مانند OAB در شکل تشکیل شده است (O مرکز دایره است) اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمان AB برابر است با:



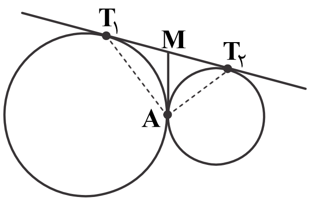
$$\alpha = \frac{۳۶۰^\circ}{۱۲} = ۳۰^\circ$$

اکنون به‌دست می‌آید:

$$S_{\text{۱۲ضلعی منتظم}} = ۱۲S_{OAB} = ۱۲\times OA\times OB\times \sin ۳۰^\circ) = ۱۲\times(\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۴\times \frac{۱}{۲}) = ۴۸$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس سوم ـ چندضلعی محاطی)

۸- گزینه «۳» ـ (۱) از نقطه A مماس مشترک داخلی دو دایره را رسم می‌کنیم تا مماس مشترک خارجی را در نقطه M قطع کند. می‌دانیم از هر نقطه اگر مماس‌هایی بر دایره رسم کنیم، طول این مماس ها با هم برابرند:



$$\left.\begin{matrix} MT_۱ = MA \\ MT_۲ = MA \end{matrix}\right\} \Rightarrow MT_۱ = MT_۲ = MA = \frac{T_۱T_۲}{۲}$$

بنابراین MA در مثلث $MT_۱T_۲$، میانه وارد بر ضلع $T_۱T_۲$ است و نصف طول این ضلع است.

(۲) می‌دانیم در دو دایره مماس خارج $T_۱T_۲ = ۲\sqrt{r_۱r_۲}$ یعنی:

$$T_۱T_۲ = ۲\sqrt{۳\times ۱۲} = ۱۲$$

(۳) اکنون بنابر نتایج (۱) و (۲) به‌دست می‌آید:

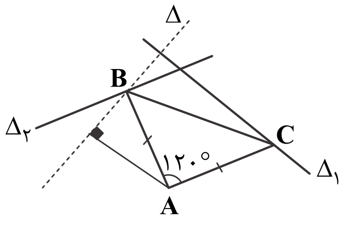
$$AM = \frac{T_۱T_۲}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = ۶$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس دوم ـ مماس مشترک دو دایره)

۹- گزینه «۲» ـ برای رسم مثلث خط $\Delta_۱$ را حول O به اندازه ۱۲۰° دوران می‌دهیم تا خط Δ به‌دست آید. محل دو خط Δ و $\Delta_۲$ را B می‌نامیم.

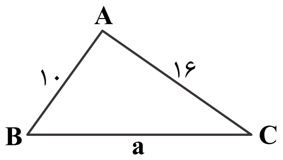
اکنون اگر B را حول A به اندازه -۱۲۰° دوران دهیم تا نقطه C به‌دست آید (شکل را ببینید) مثلث ABC جواب مسئله است.

در نتیجه برای رسم این مثلث از دوران استفاده می‌کنیم.



(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ تبدیلات هندسی)

۱۰- گزینه «۴» ــ از فرمول مساحت به‌دست می‌آید:



$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AB\times AC\times \sin A$$

$$\Rightarrow\ ۶۴=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۱۶\times \sin A\ \Rightarrow\ \sin A=\frac{۴}{۵}$$

بنابر اتحادهای مثلثاتی $\cos A=\sqrt{۱-\sin^{۲}A}$، بنابراین:

$$\cos A=\sqrt{۱-\frac{۱۶}{۲۵}}=\frac{۳}{۵}$$

اکنون بنابر قضیه کسینوس‌ها به‌دست می‌آید:

$$a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}-۲bc\cos A=۱۶^{۲}+۱۰^{۲}+۱۶\times ۱۰\times \frac{۳}{۵}=۵۴۸$$

در نتیجه: $a=۲\sqrt{۴۱}$. (سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ــ فصل سوم ــ درس دوم ــ قضیه کسینوس‌ها)

۱۱- گزینه «۲» ــ ماتریس C برابر است با:

$$C=\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۴ & ۱ & \frac{۱}{۵}\\ \frac{۱}{۴} & ۱ & \frac{۱}{۳} & ۲\\ ۱ & ۳ & ۱ & -۳\\ ۵ & \frac{۱}{۲} & -\frac{۱}{۳} & ۱\end{bmatrix}$$

پس لازم است قطر اصلی $C^{۲}$ را به‌دست آوریم:

$$C^{۲}=C\times C=\begin{bmatrix}۱ & ۴ & ۱ & \frac{۱}{۵}\\ \frac{۱}{۴} & ۱ & \frac{۱}{۳} & ۲\\ ۱ & ۳ & ۱ & -۳\\ ۵ & \frac{۱}{۲} & -\frac{۱}{۳} & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۴ & ۱ & \frac{۱}{۵}\\ \frac{۱}{۴} & ۱ & \frac{۱}{۳} & ۲\\ ۱ & ۳ & ۱ & -۳\\ ۵ & \frac{۱}{۲} & -\frac{۱}{۳} & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴ & & & \\ & ۴ & & \\ & & ۲ & \\ & & & ۲\end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $C^{۲}$ برابر $۱۲=۲+۲+۴+۴$ است.

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ــ فصل اول ــ درس اول ــ ضرب ماتریس‌ها)

۱۲- گزینه «۱» ــ از $AC+۲I=B$ به‌دست می‌آید $AC=B-۲I$. اکنون با ضرب طرفین تساوی در $A^{-۱}$ از سمت چپ به‌دست می‌آید:

$$C=A^{-۱}B-۲A^{-۱}\qquad (۱)$$

$$A=\begin{bmatrix}۳ & ۲\\ ۴ & ۳\end{bmatrix}\Rightarrow\ A^{-۱}=\frac{۱}{۹-۸}\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ -۴ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ -۴ & ۳\end{bmatrix}$$

اکنون از برابری (۱) ماتریس C را به‌دست می‌آوریم:

$$C=\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ -۴ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}-۲\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ -۴ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵ & ۱\\ -۶ & -۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۶ & -۴\\ -۸ & ۶\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۵\\ ۲ & -۷\end{bmatrix}$$

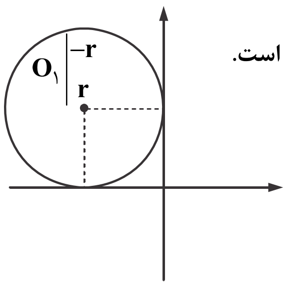
(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ــ فصل اول ــ درس دوم ــ وارون و دستگاه)

۱۳- گزینه «۴» ـ می‌دانیم $|KA| = K^n |A|$ که در آن n مرتبه ماتریس A است. اکنون می‌نویسیم:

$$||A|A| = |A|^۳ |A| = |A|^۴ = ۳^۴ = ۸۱$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس دوم ـ دترمینان)

۱۴- گزینه «۴» ـ با توجه به مختصات $A(-۲, ۱)$ به‌دست می‌آید که دایره در ربع دوم قرار دارد. دایره‌ای به شعاع r که در ربع دوم بر هر دو محور مختصات مماس است مرکزی به مختصات $O_۱\left|\begin{matrix}-r\\ r\end{matrix}\right.$ دارد. بنابراین معادله آن به شکل $(x+r)^۲ + (y-r)^۲ = r^۲$ است.



مختصات A در معادله دایره صدق می‌کند:

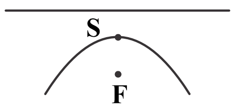
$$(-۲+r)^۲ + (۱-r)^۲ = r^۲ \Rightarrow r^۲ - ۴r + ۴ + r^۲ - ۲r + ۱ = r^۲ \Rightarrow r^۲ - ۶r + ۵ = ۰$$

به‌دست می‌آید: $r = ۱$ یا $r = ۵$.

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ دایره مماس بر محورهای مختصات)

۱۵- گزینه «۲» ـ معادله سهمی را به‌صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$x^۲ - ۲x = -۴y - ۵ \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ = -۴y - ۵ + ۱ \Rightarrow (x-۱)^۲ = -۴(y+۱)$$



دهانه سهمی رو به پایین است و مختصات کانون آن $F = (h, k-a)$ است.

$$S = (h, k) = (۱, -۱) ، a = ۱$$

بنابراین:

$$F = (۱, -۱-۱) = (۱, -۲)$$

در نهایت به‌دست می‌آید:

فاصله O تا F $= |OF| = \sqrt{۱+۴} = \sqrt{۵}$

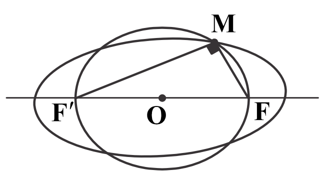
(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس سوم ـ اجزای سهمی)

۱۶- گزینه «۳» ـ بنابر فرض $۲a = ۱۰$ و $۲b = ۶$ یعنی $a = ۵$ و $b = ۳$. از رابطه $a^۲ = b^۲ + c^۲$ به‌دست می‌آید:

$$c = \sqrt{a^۲ - b^۲} = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$$

چون $OF = OF' = ۴$ پس دایره به مرکز O و شعاع ۴ واحد، دایره‌ای به قطر FF' است (شکل را ببینید).

زاویه M برابر ۹۰° است و در مثلث قائم‌الزاویه MFF'، بنابر قضیه فیثاغورس:



$$MF^۲ + MF'^۲ = FF'^۲ = ۶۴ \quad (۱)$$

چون M روی بیضی است، پس:

$$MF + MF' = ۲a = ۱۰$$

دو طرف را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$MF^۲ + MF'^۲ + ۲MF \times MF' = ۱۰۰ \xrightarrow{(۱)} ۶۴ + ۲MF \times MF' = ۱۰۰ \Rightarrow MF \times MF' = ۱۸$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس سوم ـ بیضی ـ ویژگی‌ها)

۱۷- گزینه «۱» ـ چون نقطه A روی نمودار به معادله $\begin{cases}x = ۱\\ y = ۳\end{cases}$ قرار دارد، می‌توان مختصات آن را به‌صورت $A = (۱, ۳, m)$ در نظر گرفت. با استدلالی مشابه مختصات B را به‌صورت $B = (n, -۲, ۲)$ در نظر می‌گیریم. می‌نویسیم:

$$AB = \sqrt{(n-۱)^۲ + (۳+۲)^۲ + (m-۲)^۲} = \sqrt{(n-۱)^۲ + ۲۵ + (m-۲)^۲}$$

برای ایجاد کمترین مقدار AB باید $n = ۱$ ، $m = ۲$ پس کمترین مقدار AB برابر ۵ است.

(سراسری با تغییر) (هندسه ۳ ـ فصل سوم ـ درس اول ـ برگرفته از مثال صفحه ۶۷)

۱۸- گزینه «۳» ـ بنابر قضیه تقسیم به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} a = ۸q_۱ + ۵ \\ a = ۱۱q_۲ + ۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۱a = ۸۸q_۱ + ۵۵ \\ ۸a = ۸۸q_۲ + ۲۴ \end{cases}$$

از هم کم می‌کنیم:

$$۳a = ۸۸(\underbrace{q_۱ - q_۲}_{q_۳}) + ۳۱ \Rightarrow ۳a = ۸۸q_۳ + ۳۱$$

از برابری بالا به‌دست می‌آید:

$$۳a \overset{۸۸}{\equiv} ۳۱ \overset{۸۸}{\equiv} ۳۱ - ۸۸ \overset{۸۸}{\equiv} -۵۷ \xrightarrow{(۳,۸۸)=۱} a \overset{۸۸}{\equiv} -۱۹ \Rightarrow a \overset{۸۸}{\equiv} -۱۹ + ۸۸ \overset{۸۸}{\equiv} ۵۶$$

پس باقی‌مانده a بر ۸۸ برابر ۵۶ است. (سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دروس دوم و سوم ـ قضیه تقسیم ـ هم‌نهشتی)

۱۹- گزینه «۴» ـ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \alpha \mid ۷n - ۲ \\ \alpha \mid ۳n + ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \mid ۳(۷n - ۲) \\ \alpha \mid ۷(۳n + ۱) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲۱n - ۶ \\ ۲۱n + ۷ \end{cases} \Rightarrow \alpha \mid (۲۱n + ۷) - (۲۱n - ۶) \Rightarrow \alpha \mid ۱۳ \xrightarrow{\alpha \neq ۱} \alpha = ۱۳$$

در نتیجه:

$$۱۳ \mid ۳n + ۱ \Rightarrow ۳n + ۱ \overset{۱۳}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۳n \overset{۱۳}{\equiv} -۱ \overset{۱۳}{\equiv} -۱ + ۱۳ \overset{۱۳}{\equiv} ۱۲$$

$$\xrightarrow{(۳,۱۳)=۱} n \overset{۱۳}{\equiv} ۴ \Rightarrow n = ۱۳k + ۴$$

چون کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی n را می‌خواهد، پس:

$$۱۰۰ \leq n = ۱۳k + ۴ \Rightarrow ۹۶ \leq ۱۳k \Rightarrow ۸ \leq k$$

یعنی:

n کوچک‌ترین عدد سه رقمی $= ۱۳ \times ۸ + ۴ = ۱۰۸$

در نهایت به‌دست می‌آید:

n مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه رقمی $= ۱ + ۰ + ۸ = ۹$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دروس دوم و سوم ـ هم‌نهشتی ـ بخش‌پذیری)

۲۰- گزینه «۴» ـ می‌توان نوشت:

$$۷x + ۱۱y = ۸۰۰ \Rightarrow ۱۱y \overset{۷}{\equiv} ۸۰۰ \xrightarrow{۱۱ \overset{۷}{\equiv} ۴,\ ۸۰۰ \overset{۷}{\equiv} ۲} \left.\begin{array}{l} ۴y \overset{۷}{\equiv} ۲ \\ (۲,۷) = ۱ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} ۲y \overset{۷}{\equiv} ۱ \overset{۷}{\equiv} ۱ + ۷ \overset{۷}{\equiv} ۸ \\ (۲,۷) = ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow y \overset{۷}{\equiv} ۴ \Rightarrow y = ۷k + ۴$$

این مقدار را در معادله $۷x + ۱۱y = ۸۰۰$ قرار می‌دهیم:

$$۷x + ۱۱(۷k + ۴) = ۸۰۰ \Rightarrow ۷x = ۸۰۰ - ۷۷k - ۴۴ \Rightarrow ۷x = -۷۷k + ۷۵۶ \Rightarrow x = -۱۱k + ۱۰۸$$

چون x و y دو عدد طبیعی هستند، پس:

$$\begin{cases} x = -۱۱k + ۱۰۸ > ۰ \\ y = ۷k + ۴ > ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۹ \geq k \\ k \geq ۰ \end{cases} \Rightarrow ۰ \leq k \leq ۹$$

تعداد جواب‌های طبیعی $= ۹ - ۰ + ۱ = ۱۰$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس سوم ـ معادلات سیاله)

۲۱- گزینه «۳» ـ می‌توان نوشت:

$$۴۱ \overset{۱۷}{\equiv} ۷ \ ,\ ۷^۲ \overset{۱۷}{\equiv} -۲ \Rightarrow ۷^۸ \overset{۱۷}{\equiv} (۷^۲)^۴ \overset{۱۷}{\equiv} (-۲)^۴ \overset{۱۷}{\equiv} -۱$$

به‌دست می‌آید:

$$۴۱^{۹۵} \overset{۱۷}{\equiv} ۷^{۹۵} \overset{۱۷}{\equiv} (۷^۸)^{۱۱} \times ۷^۷ \overset{۱۷}{\equiv} (-۱)^{۱۱} \times ۷^۷ \overset{۱۷}{\equiv} -۷^۷ \overset{۱۷}{\equiv} -(۷^۲)^۳ \times ۷ \overset{۱۷}{\equiv} -(-۲)^۳ \times ۷ \overset{۱۷}{\equiv} ۵۶ \overset{۱۷}{\equiv} ۵$$

بنابر فرض $۴۱^{۹۵} + a \overset{۱۷}{\equiv} ۰$ یعنی:

$$۵ + a \overset{۱۷}{\equiv} ۰ \Rightarrow a \overset{۱۷}{\equiv} -۵ \overset{۱۷}{\equiv} -۵ + ۱۷ \overset{۱۷}{\equiv} ۱۲$$

در نتیجه $a = ۱۷k + ۱۲$. بزرگ‌ترین عدد دو رقمی a برابر $۱۷ \times ۵ + ۱۲ = ۹۷$ است.

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس سوم ـ هم‌نهشتی)

۲۲- گزینه «۴» ـ چون $x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴$ کوچک‌تر از ۱۷ است، پس عددی طبیعی مانند $x_۵$ وجود دارد به‌طوری که:

$$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۱۷ - x_۵$$

در نتیجه:

$$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۱۷$$

تعداد جواب‌های طبیعی این معادله به‌صورت:

$$\binom{n-۱}{k-۱} = \binom{۱۷-۱}{۵-۱} = \binom{۱۶}{۴}$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ درس اول ـ جایگشت با تکرار)

۲۳- گزینه «۳» ـ بازتاب B را نسبت به محور xها $B_۱$ می‌نامیم:

$$B_۱ = (۴ , -۳)$$

همچنین بازتاب A را نسبت به محور yها، $A_۱$ می‌نامیم:

$$A_۱ = (-۱ , ۴)$$

طول پاره‌خط $A_۱B_۱$ کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ است:

$$|A_۱B_۱| = \sqrt{(۴+۱)^۲ + (۴+۳)^۲} = \sqrt{۲۵+۴۹} = \sqrt{۷۴}$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ اثبات به وسیله تبدیلات ـ شبهه دوران)

۲۴- گزینه «۳» ـ ماتریس داده شده و ماتریس گزینه «۳» را در کنار هم تحت عنوان یک ماتریس می‌نویسیم به سادگی دیده می‌شود که این دو ماتریس متعامد نیستند.

(۳ , ۲)	(۱ , ۳)	(۲ , ۱)
(۱ , ۳)	(۲ , ۱)	$\boxed{(۳ , ۲)}$
(۲ , ۱)	$\boxed{(۳ , ۲)}$	(۱ , ۳)

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ درس اول ـ مربع لاتین متعامد)