

$$\frac{A}{B} = \frac{x^2 + 3x - 10}{3x^2 + 6x - 24} = \frac{(x+5)(x-2)}{3(x-2)(x+4)} = \frac{x+5}{3(x+4)} = \frac{x+5}{3(x+4)} \times \frac{-6(x+4)}{x+5} = \frac{-6}{3} = -2$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس دوم - عبارتهای گویا)

۲- گزینه «۱» - اگر $\Delta = 0$ باشد معادله دارای یک جواب است که در این حالت این ریشه را ریشه مضاعف می نامند:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 16 - 4(a)(1) = 0 \Rightarrow 16 = 4a \Rightarrow a = 4 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(4)} = -\frac{1}{2}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس دوم - حل معادله درجه ۲ و کاربردها)

۳- گزینه «۲» - یک رابطه به صورت زوج مرتبی، در صورتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه‌های اول برابر در آن وجود نداشته باشد. اگر مؤلفه‌های اول برابر بودند رابطه به شرطی تابع است که مؤلفه‌های دوم همان دو زوج مرتب باهم برابر باشند.

$$\left\{ \begin{array}{l} (3, -1) \\ (3, a-b) \end{array} \Rightarrow a-b = -1 \right. \\ \left. \begin{array}{l} (5, a+b) \\ (5, -3) \end{array} \Rightarrow a+b = -3 \right\} \Rightarrow a = -2, b = -1 \Rightarrow a^2 - b^2 = 4 - 1 = 3$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس اول - مفهوم تابع)

۴- گزینه «۳» - اگر در معادله سهمی $a < 0$ باشد در این صورت سهمی در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار است، نقطه‌ای به طول $x = -\frac{b}{2a}$

رأس سهمی است:

$$y = -3x^2 + 6x - 5$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(-3)} = 1 \Rightarrow y = -3(1)^2 + 6(1) - 5 = -3 + 6 - 5 = -2 \Rightarrow \text{بیشترین مقدار تابع } -2 \text{ می باشد.}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس چهارم - نمودار تابع درجه ۲)

۵- گزینه «۴» - «درآمد افراد» از جنس عدد و رقم است، پس متغیر کمی است. همچنین «درآمد افراد» قابل مرتب کردن هستند و اختلاف بین آن‌ها و نسبت آن‌ها با معنا است. بنابراین مقیاس اندازه‌گیری آن نسبی است. (اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - گردآوری داده‌ها)

۶- گزینه «۲» - داده دور افتاده مقداری متفاوت با سایر مقادیر داده‌ها است. معمولاً مقدار آن بسیار بزرگ‌تر یا بسیار کوچک‌تر است. در اینجا عدد ۸۰ داده دور افتاده می‌باشد، برای به دست آوردن میانه ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 7, 9, 12$$

میانه

چون تعداد داده‌ها فرد است، میانه برابر داده وسطی است.

$$\text{میانه} = 4$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس دوم - معیارهای گرایش به مرکز)

۷- گزینه «۳» - داده‌های اولیه در عدد ۲ ضرب شده‌اند در نتیجه واریانس جدید ۴ برابر می‌شود اما چون انحراف معیار را خواسته بنابراین داریم:

$$4 \times 9 = 36 = \text{واریانس جدید}$$

$$6 = \sqrt{36} = \text{انحراف معیار جدید}$$

انحراف معیار به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که واریانس مربع انحراف معیار می‌باشد. (اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس سوم - معیارهای پراکندگی)

۸- گزینه «۱» - متغیر سوم در نمودار حبابی، مساحت دایره‌ها را نشان می‌دهد:

$$A_{\text{سن}} = \pi r^2 = \pi(2)^2 = 4\pi$$

$$B_{\text{سن}} = \pi r^2 = \pi(3)^2 = 9\pi$$

$$C_{\text{سن}} = \pi r^2 = \pi(2\sqrt{2})^2 = 8\pi$$

$$D_{\text{سن}} = \pi r^2 = \pi(\sqrt{3})^2 = 3\pi$$

$$E_{\text{سن}} = \pi r^2 = \pi(1)^2 = \pi$$

$$\bar{x} = \frac{4\pi + 9\pi + 8\pi + 3\pi + \pi}{5} = \frac{25\pi}{5} = 5\pi$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل پنجم - درس دوم - نمودارهای چند متغیره)

۹- گزینه «۳» - گزاره $q \wedge p \sim q$ درست است بنابراین $p \sim q$ و هر دو درست هستند که در نتیجه q و p نادرست است. گزاره $q \vee r$ نادرست است، بنابراین q و r هر دو نادرست هستند.

$$\sim r \vee (\sim q \vee \sim p) \equiv \underbrace{\sim F}_{T} \vee (\underbrace{\sim F}_{T} \vee \underbrace{\sim F}_{T}) \equiv T \vee (T \vee T) \equiv T$$

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها)

۱۰- گزینه «۴» - تابع $f: A \rightarrow B$ را که در آن مجموعه $R = \{c\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند. در تابع ثابت، برد تابع تنها شامل یک عضو است.

$$a - 2 = -5 \Rightarrow a = -5 + 2 = -3$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس اول - توابع ثابت)

۱۱- گزینه «۲» -

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 9}{-x - 3} = \frac{(x-3)(x+3)}{-(x+3)} = 3 - x$$

$$D_h = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow -x - 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_h = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} - \{-3\} = \mathbb{R} - \{-3\}$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع)

۱۲- گزینه «۴» - تعداد شغل‌های جدید را با x نمایش می‌دهیم در نتیجه تعداد بیکاران برابر $(200 - x)$ خواهد بود.

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 \Rightarrow 7 = \frac{200 - x}{200 + 900} \times 100 \Rightarrow 7 = \frac{200 - x}{1100} \times 100 \Rightarrow 7 = \frac{200 - x}{11}$$

$$200 - x = 77 \Rightarrow x = 123 \text{ شغل}$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس اول - شاخص‌های آماری) (دشوار)

۱۳- گزینه «۲» - حداکثر ۲ نفر دانش‌آموز کلاس دوازدهم باشد یعنی باید ۲ نفر کلاس دوازدهم یا یک نفر کلاس دوازدهم یا صفر نفر کلاس دوازدهم باشد:

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = \binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \binom{4}{2} + \binom{5}{0} \binom{4}{3} = \left(\frac{5!}{2! \times 3!} \times \frac{4!}{1! \times 3!} \right) + \left(\frac{5!}{1! \times 4!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} \right) + \left(1 \times \frac{4!}{3! \times 1!} \right)$$

$$(10 \times 4) + (5 \times 6) + (1 \times 4) = 40 + 30 + 4 = 74$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - شمارش)

۱۴- گزینه «۳» -

$$p(A') = \frac{1}{3} \Rightarrow p(A') = 1 - p(A) \Rightarrow \frac{1}{3} = 1 - p(A) \Rightarrow p(A) = \frac{2}{3}$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{n(A)}{90} \Rightarrow n(A) = \frac{2 \times 90}{3} = 60 \text{ عضو}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\text{جمله عمومی دنباله حسابی: } a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 2a_5 - a_3 = -4 \Rightarrow 2(a_1 + 4d) - (a_1 + 2d) = -4$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 8d - a_1 - 2d = -4 \Rightarrow a_1 + 6d = -4 \Rightarrow a_4 = -4$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله‌های حسابی)

۱۶- گزینه «۲» - هر جمله ۲- برابر جمله بعدی آن است یعنی:

$$r = -\frac{1}{2}$$

$$a_1 = 32, S_n = 21 \quad S_n = a_1 \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$21 = 32 \frac{1 - (-\frac{1}{2})^n}{1 - (-\frac{1}{2})} \Rightarrow 21 = 32 \frac{1 - (-\frac{1}{2})^n}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{1 - (-\frac{1}{2})^n}{\frac{3}{2}} = \frac{21}{32} \Rightarrow 1 - (-\frac{1}{2})^n = \frac{63}{64} \Rightarrow (-\frac{1}{2})^n = 1 - \frac{63}{64}$$

$$\Rightarrow (-\frac{1}{2})^n = \frac{1}{64} \Rightarrow (-\frac{1}{2})^n = \frac{1}{2^6} \Rightarrow n = 6$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۷- گزینه «۴» -

$$\frac{1}{9^5} \times 81 \times \sqrt[3]{3} = \sqrt{3^x} \Rightarrow (3^2)^5 \times 3^4 \times 3^{1/3} = 3^x \Rightarrow 3^{10} \times 3^4 \times 3^{1/3} = 3^x \Rightarrow 3^{14 + 1/3} = 3^x \Rightarrow 3^{14 + 1/3} = 3^x \Rightarrow 14 + \frac{1}{3} = x \Rightarrow x = 14 \frac{1}{3}$$

از روابط زیر استفاده کرده‌ایم:

$$(*) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$(*) a^n = \sqrt[n]{a^m}$$

$$(*) a^m \times a^n = a^{m+n}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس دوم - ریشه nام و توان گویا)

۱۸- گزینه «۲» - ریشه‌های هشتم عدد ۹، عبارتند از: $\sqrt[8]{9}$ و $-\sqrt[8]{9}$ در نتیجه داریم:

$$(-\sqrt[8]{9}) \times (\sqrt[8]{9}) = -\sqrt[8]{9 \times 9} = -\sqrt[8]{3^2 \times 3^2} = -\sqrt[8]{3^4} = -3^{1/2} = -\sqrt{3}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس دوم - ریشه nام و توان گویا)

۱۹- گزینه «۳» - با توجه به نمودار با افزایش مقادیر x، مقادیر y کاهش می‌یابند پس در ضابطه نمایی $y = a^x$ ، a باید بین صفر و یک باشد. فقط

گزینه «۳» این شرط را داراست. در بقیه گزینه‌ها $a > 1$ است. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس سوم - تابع نمایی)

۲۰- گزینه «۲» -

$$f(t) = c(1+r)^t \Rightarrow \begin{cases} r = \frac{120}{100} \\ t = 3 \end{cases}$$

$$f(3) = c(1 + \frac{120}{100})^3 = c \cdot 10/648 \approx 11c$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس سوم - تابع نمایی)