

## ریاضی و آمار

۱- گزینه «۱» - طبق روی سؤال داریم:

$$S_{\square} = \frac{1}{4} S_{\Delta} + 15 \Rightarrow 16 = \frac{1}{4} \left( \frac{4x}{2} \right) + 15 \Rightarrow 16 = \frac{x}{2} + 15 \Rightarrow \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 2$$

$$20 = \frac{(4+6) \times 4}{2} = \text{مساحت دوزنقه} \Rightarrow \text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده} = 20$$

(سراسری - ۱۴۰۱ با تغییر) (پایه دهم - فصل اول - درس ۱ - معادله و مسائل توصیفی) (متوسط)  
۲- گزینه «۲» -

وزن نقره = ۴

وزن مس

اگر وزن مس را  $x$  فرض کنیم، آن گاه وزن نقره،  $4x$  و وزن گلدان قبل از ذوب شدن برابر با  $4x + x = 5x$  است. اکنون اگر بعد از ذوب شدن  $66$  گرم مس به آن اضافه کنیم، وزن گلدان جدید  $5x + 66$  است.

$$\frac{\text{وزن نقره}}{\text{وزن گلدان جدید}} = \frac{60}{100} \Rightarrow \frac{4x}{5x + 66} = \frac{60}{100} \Rightarrow 40x = 60(5x + 66)$$

$$300x + 3960 = 400x \Rightarrow 100x = 3960 \Rightarrow x = 39.6$$

از آنجا که وزن گلدان قبل از ذوب شدن  $5x$  است، بنابراین وزن گلدان قبل از ذوب شدن برابر با  $198$  است:

$$5x = 5(39.6) = 198$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل اول - درس ۲ - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (دشوار)  
۳- گزینه «۴» -

$$\sqrt{3x^2 - 4} = 2\sqrt{2} \Rightarrow 3x^2 - 4 = 8 \Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

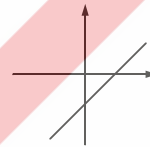
$$3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع) (آسان)

۴- گزینه «۱» - چون  $n$  عددی منفی و مخالف صفر است، بنابراین  $n > 0$  می‌باشد، در نتیجه شیب خط عددی مثبت است، از طرف دیگر داریم:

$$n < 0 \Rightarrow n - 2 < -2 \Rightarrow n - 2 < -2$$

در نتیجه عرض از مبدأ خط عددی منفی است، بنابراین نمودار شبیه نمودار زیر خواهد بود:



(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۲ - نمودار تابع خطی) (دشوار)  
۵- گزینه «۳» -

$$b = 8 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow b = 8$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

معادله چون سهمی محور  $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض  $5$  قطع می‌کند، پس  $c = 5$ .

$$y = 2x^2 - bx - c \Rightarrow y = 2x^2 - 8x - 5$$

$x = -2$  را در معادله بالا قرار می‌دهیم تا عرض رأس سهمی به دست آید:

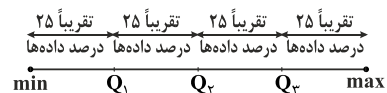
$$y = 2(-2)^2 - 8(-2) - 5 = 8 + 16 - 5 = 19$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۰ با تغییر) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - در گزینه‌های «۲» و «۳» و «۴»، مقیاس اندازه‌گیری، نسبتی است. در گزینه «۱»، مقیاس اندازه‌گیری ترتیبی است.

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۱ - گردآوری داده‌ها) (آسان)

۷- گزینه «۱» - در یک سری از داده‌ها، میانه همان چارک دوم است و با  $Q_2$  نمایش داده می‌شود. اگر میانه نیمه اول داده‌ها را حساب کنیم، چارک اول ( $Q_1$ ) و اگر میانه نیمه دوم داده‌ها را حساب کنیم، چارک سوم ( $Q_3$ ) به دست می‌آید.



ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 44 - 26 = 18$$

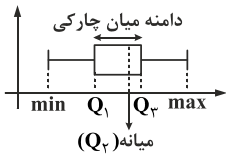
$$17, \boxed{25}, \boxed{27}, 32, \boxed{36}, 40, \boxed{42}, \boxed{46}, 55 \Rightarrow IQR = 44 - 26 = 18$$

$$Q_1 = \frac{25 + 27}{2} = 26 \quad Q_3 = \frac{42 + 46}{2} = 44$$

با توجه به توضیحات بالا، گزینه «۱» نادرست است، چون تقریباً ۲۵ درصد از داده‌ها بعد از ۴۴ و قبل از ۲۶ قرار دارند.

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۲ - معیارهای پراکندگی) (متوسط)

۸- گزینه «۴» - در یک نمودار جعبه‌ای داریم:



$$IQR = Q_3 - Q_1 = 11 - 5 = 6$$

$$R = \max - \min = 15 - 2 = 13$$

$$R - IQR = 13 - 6 = 7$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس ۱ - نمودارهای یک متغیره) (متوسط)

۹- گزینه «۴» -

$$\sim r \wedge (p \vee \sim r) \equiv \sim r \wedge (\sim r \vee p) \equiv \sim r \equiv T \Rightarrow r \equiv F$$

$$\sim (r \vee \sim p) \wedge q \equiv \sim (F \vee T) \wedge q \equiv \sim (F \vee T) \wedge q \equiv F \wedge q \equiv F$$

$$\text{قانون جذب} \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p, \quad p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - چون  $f$  یک تابع ثابت است، بنابراین برد تابع فقط شامل یک عضو باید باشد:

$$n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow (n - 4)(n + 1) = 0 \Rightarrow n = 4 \vee n = -1$$

چون جزء اعداد طبیعی نیست،  $n = -1$ .

از طرفی طبق صورت سؤال تابع  $f$  دارای دامنه یک عضوی است، بنابراین داریم:

$$-m = -1 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow m - n = 1 - 4 = -3$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۱ - تابع ثابت) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» - طبق تعریف تابع قدرمطلق  $f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$  داریم:

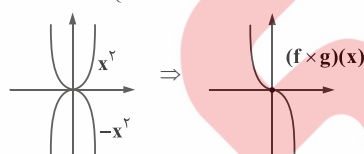
$$| \sqrt{5} - 2 | + | 2\sqrt{5} - 5 | + | \sqrt{5} + 1 | = (\sqrt{5} - 2) - (2\sqrt{5} - 5) + (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} + 5 + \sqrt{5} + 1 = 4$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۲ - تابع قدرمطلق) (متوسط)  
۱۲- گزینه «۲» -

$$f(x) = -x^2, \quad g(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

نمودار تابع  $y = x^2$  و  $y = -x^2$  به صورت زیر است:

$$(f \times g)(x) = \begin{cases} -x^2 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases}$$



(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» - یکی از شاخص‌هایی که مشخص می‌کند یک کتاب به زبان انگلیسی مخصوص چه پایه‌ای می‌باشد شاخص پایه آموزش است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\left[ \frac{4}{100} \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار}) \right] = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{4}{100} \times (12 + 8) \right] = 12$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌یابی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» - ابتدا شاخص بهای کالا و خدمات را در سال موردنظر و سال پایه محاسبه می‌کنیم:

شاخص بهای کالاها و خدمات:

$$\text{قیمت کالای ۱} \times ۳ \times \text{تعداد} + \text{قیمت کالای ۲} \times \text{تعداد} + \text{قیمت کالای ۱} \times \text{تعداد}$$

$$= ۲,۰۰۰ \times ۵۰ + ۹,۰۰۰ \times ۸۰ + ۶,۰۰۰ \times ۴۰ = ۱,۰۶۰,۰۰۰$$

شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه:

$$= ۱,۵۰۰ \times ۵۰ + ۷,۰۰۰ \times ۸۰ + ۳,۰۰۰ \times ۴۰ = ۷۵۵,۰۰۰$$

۱۰۰ × شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه شاخص بهای کالاها و خدمات در سال موردنظر = درصد تورم

شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه

$$\text{درصد تورم} = \frac{۱,۰۶۰,۰۰۰ - ۷۵۵,۰۰۰}{۷۵۵,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۴۰.۳۹$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۸ با تغییر) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌های آماری - تورم) (دشور)  
 ۱۵- گزینه «۲» - چون کلمات بدون تکرار حروف است، داریم:

$$n(s) = 5! = 120$$

ابتدا	انتهای
۱	۱
۳	۱
۲	۱
۱	۱

 $\Rightarrow$  تعداد =  $1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$

ابتدا	انتهای
۱	۱
۳	۱
۲	۱
۱	۱

 $\Rightarrow$  تعداد =  $1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$

$$\Rightarrow n(A) = 6 + 6 = 12 \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

(کبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» - بیان مسئله جزء گام اول از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل است. در این گام با توجه به اهداف، بودجه، زمان و دیگر شرایط موجود، جامعه آماری را محدود و هدف مطالعه را مشخص می‌کنیم.

تنظیم پرسش‌نامه و مشخص کردن هدف مطالعه جزء گام دوم (طرح و برنامه‌ریزی) می‌باشد. (کبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۳ - چرخه آمار در حل مسائل) (انسان)

۱۷- گزینه «۳» - عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکان آن صفر یا ۵ باشد: ۱۲۰, ۱۱۵, ۱۱۰, ...

دنباله یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک ۵- می‌باشد:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] = \frac{15}{2}[2(120) + 14(-5)] \Rightarrow S_n = 1275$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۸ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (متوسط)  
 ۱۸- گزینه «۱» -

$$a_{n+1} = \frac{1}{5} a_n \Rightarrow r = \frac{1}{5}$$

$$a_1 = \frac{5}{4}, S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow S_4 = \frac{\frac{5}{4}(1-(\frac{1}{5})^4)}{1-\frac{1}{5}} = \frac{\frac{5}{4} \times \frac{624}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{5 \times 5 \times 624}{4 \times 4 \times 625} = \frac{39}{25}$$

(کبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - دنباله هندسی) (متوسط)  
 ۱۹- گزینه «۲» -

$$\begin{aligned} -\sqrt[3]{16^{-6}} &\Rightarrow \sqrt[3]{4^{25}} \times (-\sqrt[3]{16^{-6}}) = -4^5 \times 16^{-2} = -4^5 \times (4^2)^{-2} \\ &= -4^5 \times 4^{-4} = -4^{-1} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

(کبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۲ - ریشه  $n$ ام و توان گویا) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» - اگر با گذشت زمان، مقدار یک ماده یا هر چیز دیگری کاهش یابد، با مسئله زوال مواجه‌ایم، اگر تابع موردنظر نمایی باشد، زوال نمایی به صورت زیر است:

$$f(t) = c(1-r)^t$$

جمعیت تقریباً ۱۹ میلیون نفر خواهد بود.  $\Rightarrow$  نفر

$$f(2) = 30 \times 10^6 (1 - \frac{20}{100})^2 = 30 \times 10^6 (1 - \frac{2}{10})^2 = 0.64 \times 30 \times 10^6 \Rightarrow$$

$$f(2) = 19,200,000$$

(کبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۳ - تابع نمایی) (متوسط)