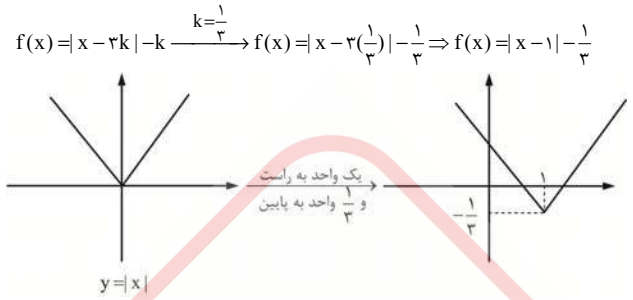


۱۰- گزینه «۲» - اگر $x \notin \mathbb{Z}$ نباشد آنگاه $x + [-x] = -1$ است پس:

$$\text{sign}(3a-1) = -1 \Rightarrow 3a-1 < 0 \Rightarrow 3a < 1 \Rightarrow a < \frac{1}{3} \Rightarrow a < k \Rightarrow k = \frac{1}{3}$$



پس نمودار از ناحیه سوم عبور نمی کند.

(یگانه) (پایه یازدهم - انواع تابع - توابع قدرمطلق و علامت) (دشوار)

۱۱- گزینه «۳» -

$$D_f = \{-1, 2, b\} \quad D_g = \{2, 3, 4\} \quad D_{f-g} = \{c, 4\}$$

اشتراک D_f و D_g باید D_{f-g} شود پس الزاماً $c = 2, b = 4$ است:

$$f = \{(-1, 2)(2, 4)(4, 4)\}$$

$$g = \{(2, a)(3, 7)(4, 1)\}$$

$$f - g = \{(2, 8)(4, 4)\}$$

به ازای $x = 2, x = 4$ مقدار $f - g$ را محاسبه می کنیم:

$$x=2 \rightarrow (f-g)(2) = f(2) - g(2) = 4 - a \xrightarrow{\text{زوج مرتب}} (2, 4-a)$$

$$x=4 \rightarrow (f-g)(4) = f(4) - g(4) = 4 - 1 = 3 \xrightarrow{\text{زوج مرتب}} (4, 3)$$

$$f - g = \{(2, 4-a)(4, 3)\} \Rightarrow c = 2, 4-a = 8 \Rightarrow a = -4, d = 3$$

$$\text{sign}(ab) = \text{sign}(-3 \times 4) = \text{sign}(-12) = -1$$

$$\left[\frac{y}{cd} - 2\right] = \left[\frac{y}{2 \times 3} - 2\right] = \left[\frac{y}{6} - 2\right] = \left[\frac{-5}{6}\right] = -1$$

و در نهایت:

$$-1 + (-1) = -2$$

(یگانه) (پایه یازدهم - انواع تابع - اعمال روی توابع) (دشوار)

۱۲- گزینه «۳» -

$$\frac{y}{9} \times 45000 = 35000$$

$$\text{نفر} = 45000 - 35000 = 10000$$

$$100 \times \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} = \text{درصد نرخ بیکاری}$$

اگر ۱۰۰۰ شغل جدید ایجاد شود تعداد بیکاران $10000 - 10000 = 9000$ نفر خواهد شد و در نتیجه داریم:

$$\text{درصد نرخ بیکاری} = \frac{9000}{45000} \times 100 = \frac{9}{45} \times 100 = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

(یگانه) (پایه یازدهم - آمار - شاخص های آماری) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» - خ ل ی ج فارس کلمه «فارس» را به عنوان یک شی در نظر می گیریم

که به همراه ۴ شی دیگر جمعاً ۵ شی داریم که جایگشت ۵ شی برابر ۵! است.

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - آمار و احتمال - شمارش) (آسان)

۱۴- گزینه «۳» - فضای نمونه ای پرتاب دو تاس ۳۶ عضو دارد. پیشامدی که در آن حداقل یکی

از اعداد بر دیگری بخش پذیر باشد به صورت زیر است:

$$A = \{(1, 1)(1, 2)(1, 3)(1, 4)(1, 5)(1, 6)(2, 1)(2, 2)(2, 3)(2, 4)(2, 6)(3, 1)(3, 3)(3, 6)(4, 1)(4, 2)(4, 4)(5, 1)(5, 5)(6, 1)(6, 2)(6, 3)(6, 6)\}$$

$$P(A) = \frac{22}{36} = \frac{11}{18}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - آمار و احتمال - احتمال) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -

$$n(S) = \binom{9}{2} = \frac{9!}{2!7!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{2 \times 7!} = 36$$

برای آن که مجموع دو شماره زوج باشد باید دو کارت زوج یا هر دو فرد باشند:

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 2!} = 6$$

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{10 + 6}{36} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - آمار و احتمال - احتمال) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$\frac{-}{x} = \frac{\Delta + a + \lambda + 9 + 11}{\Delta} = \lambda \Rightarrow a + 33 = 40 \Rightarrow a = 40 - 33 = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{(\Delta - \lambda)^2 + (7 - \lambda)^2 + (\lambda - \lambda)^2 + (9 - \lambda)^2 + (11 - \lambda)^2}{\Delta} = \frac{9 + 1 + 0 + 1 + 9}{\Delta} =$$

$$\frac{20}{\Delta} \Rightarrow \sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$$

$$b = \lambda + \sigma = \lambda + 2 = 10$$

$$C_n = \frac{7n^2 + 10n}{10 - 2(7)} \Rightarrow C_7 = \frac{7(7)^2 + 10(7)}{10 - 14} = \frac{287 + 70}{-4} = \frac{357}{-4} = -12$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - آمار و احتمال - چرخه آمار در حل مسائل) (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» - دنباله داده شده دنباله حسابی است که اختلاف مشترک آن $d = \frac{-1}{2}$ است.

$$a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow 5 = a_1 + 6\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 5 = a_1 - 3 \Rightarrow 5 + 3 = a_1 \Rightarrow a_1 = 8$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow 0 = \frac{n}{2}(2(8) + (n-1)\frac{-1}{2}) \Rightarrow \frac{n}{2}(16 - \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{n}{2} = 0 \Rightarrow n = 0 \text{ غ ق} \\ -\frac{1}{2}n + \frac{17}{2} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}n = -\frac{17}{2} \Rightarrow n = 17 \end{cases}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - الگوهای خطی - دنباله حسابی) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» -

$$r^{\Delta-2} = \frac{a_{\Delta}}{a_2} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{a_1 r^{\Delta}}{a_1 r^2} = \frac{16}{9 \times 9} \Rightarrow r^{\Delta-2} = \frac{16}{81} \Rightarrow r^{\Delta} = \frac{16}{27} \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

$$a_7 = a_1 r \Rightarrow 6 = a_1 \times \frac{2}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{6}{\frac{2}{3}} = \frac{18}{2} = 9$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow S_9 = \frac{9(1-(\frac{2}{3})^9)}{1-\frac{2}{3}} = \frac{9(1-\frac{512}{19683})}{\frac{1}{3}} = \frac{9(\frac{19683-512}{19683})}{\frac{1}{3}} = \frac{9 \times \frac{19171}{19683}}{\frac{1}{3}} = \frac{665}{27}$$

$$\frac{9 \times 3 \times 665}{27 \times 27} = \frac{665}{27}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - الگوهای غیر خطی - دنباله هندسی) (متوسط)

$$\frac{-1}{3^6}$$

$$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^4} = 3^{\frac{4}{3}}$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{\sqrt{2}}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{-\sqrt{2}}{2}} = 9^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = (3^2)^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 3^{\sqrt{2}}$$

$$\frac{-1}{3^6} \times 3^{\frac{4}{3}} \times 3^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 3^{\frac{-1+4+9}{6}} = 3^{\frac{16}{6}} = 3^{\frac{8}{3}}$$

$$3^{\frac{8}{3}} = 9^a \Rightarrow 3^{\frac{8}{3}} = (3^2)^a \Rightarrow 3^{\frac{8}{3}} = 3^{2a} \Rightarrow \frac{8}{3} = 2a \Rightarrow 6a = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$12a = 12\left(\frac{4}{3}\right) = 16$$

ریشه دوم عدد ۱۶ می‌تواند ۴ یا -۴ باشد.

(یگانه) (پایه دوازدهم - الگوهای غیر خطی - توان های گویا ریشه نام) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» -

$$f(t) = C(1+r)^t \Rightarrow 7/5 = 2/5(1+0.04)^t \xrightarrow{+2/5} 3 = (1.04)^t$$

طبق فرض مسئله داریم:

$$(1.04)^{56} = 9 \xrightarrow{\text{ریشه دوم}} \sqrt{(1.04)^{56}} = \sqrt{9} \Rightarrow (1.04)^{28} = 3$$

$$\begin{cases} (1.04)^{28} = 3 \\ (1.04)^t = 3 \end{cases} \Rightarrow t = 28$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - الگوهای غیر خطی - تابع نمایی) (دشوار)