ریاضی

۱- گزینه «۲» ـ

$$x(x^۲-۶x+۸)-۵x+۱۰ \overset{\text{اتحاد جمله مشترک}}{=} x(x-۲)(x-۴)-۵x+۱۰ = x(x-۲)(x-۴)-۵(x-۲) =$$

$$(x-۲)[x(x-۴)-۵] = (x-۲)[x^۲-۴x-۵] \overset{\text{اتحاد جمله مشترک}}{=} (x-۲)(x+۱)(x-۵)$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم ـ فصل اول ـ درس اول ـ چند اتحاد جبری و کاربردها)

۲- گزینه «۱» ـ چون $x=۳$ ریشه معادله است پس در معادله صدق می‌کند:

$$۳x^۲+bx-۳=۰ \xrightarrow{x=۳} ۳(۳)^۲+۳b-۳=۰ \Rightarrow ۲۷+۳b-۳=۰ \Rightarrow ۳b=-۲۴ \Rightarrow b=-۸ \Rightarrow ۳x^۲-۸x-۳=۰$$

معادله را با روش کلی (دلتا) حل می‌کنیم:

$$\Delta = b^۲-۴ac = (-۸)^۲-۴(۳)(-۳) = ۶۴+۳۶ = ۱۰۰$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a} \Rightarrow \begin{cases} x_۱ = \dfrac{+۸+\sqrt{۱۰۰}}{۲(۳)} = \dfrac{۸+۱۰}{۶} = ۳ \\ x_۲ = \dfrac{۸-\sqrt{۱۰۰}}{۲(۳)} = \dfrac{۸-۱۰}{۶} = \dfrac{-۲}{۶} = -\dfrac{۱}{۳} \end{cases}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ حل معادله درجه ۲ و کاربردها)

۳- گزینه «۴» ـ فرض می‌کنیم تعداد اولیه افراد x نفر باشد. در حالت دوم تعداد نفرات $x+۲$ است. در حالت اول به هر شخص $\frac{۱}{x}$ و در حالت دوم به هر شخص $\frac{۱}{x+۲}$ دلار می‌رسد. اختلاف این دو مبلغ برابر با $\frac{۱}{۱۲}$ است:

$$\frac{۱}{x}-\frac{۱}{x+۲}=\frac{۱}{۱۲} \Rightarrow \frac{\cancel{x}+۲\cancel{-x}}{x(x+۲)}=\frac{۱}{۱۲} \Rightarrow \frac{۲}{x^۲+۲x}=\frac{۱}{۱۲} \Rightarrow x^۲+۲x=۲۴ \Rightarrow x^۲+۲x-۲۴=۰$$

$$\Rightarrow (x-۴)(x+۶)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۴ \checkmark \\ x=-۶ \times \text{ غ ق ق} \end{cases} \text{ از اتحاد جمله مشترک}$$

(تعداد نفرات نمی‌تواند منفی باشد)

$$\Rightarrow \text{تعداد کل افراد} = ۴+۲ = ۶$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس سوم ـ معادله‌های شامل عبارت‌های گویا)

۴- گزینه «۳» ـ

$$f(۲)=۳ , f(۴)=۲ \Rightarrow ۲\times۳-۲=۶-۲=۴$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم ـ فصل سوم ـ درس دوم ـ ضابطه جبری تابع)

۵- گزینه «۲» ـ هر تابع به‌صورت $y=f(x)$ که در آن $y=mx+h$، یک تابع خطی نامیده می‌شود. m، شیب خط و h عرض از مبدأ آن است. خطوط موازی شیب‌های یکسانی دارند.

ابتدا شیب خط داده شده را به‌دست می‌آوریم:

$$۲x-۳y=۶ \Rightarrow ۳y=۲x-۶ \Rightarrow y=\frac{۲}{۳}x-۲ \Rightarrow m=\frac{۲}{۳} \Rightarrow$$

خط گذرنده از نقطه $(۴ , -۲)$ دارای شیب $\frac{۲}{۳}$ است.

معادله خط گذرنده از نقطه $(۴ , -۲)$ با شیب $\frac{۲}{۳}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$y-y_۱=m(x-x_۱) \Rightarrow y-۴=\frac{۲}{۳}(x+۲) \Rightarrow y=\frac{۲}{۳}x+\frac{۴}{۳}+۴=\frac{۲}{۳}x+\frac{۱۶}{۳} \Rightarrow \text{عرض از مبدأ} = \frac{۱۶}{۳}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم ـ فصل سوم ـ درس سوم ـ نمودار تابع خطی)

۶- گزینه «۱» ـ

$$\text{میانگین } \bar{x} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} = \frac{۴+۰+۳+۲+۶+۳+۱+۹+۵+۸+۳}{۱۱} = ۴$$

مُد، داده‌ای است که بیشترین تکرار یا فراوانی را دارد: در این داده‌ها عدد ۳ بیشترین تکرار را دارد. میانه عددی است که دقیقاً در نقطه وسط داده‌ها قرار داشته باشد. برای یافتن میانه، داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، اگر تعداد آن‌ها فرد باشد داده وسطی همان میانه است و اگر تعداد آن‌ها زوج باشد، میانگین دو داده وسطی، میانه است:

میانه

$$\underbrace{۰,۱,۲,۳,۳}, \textcircled{۳}, \underbrace{۴,۵,۶,۸,۹}$$

$$\text{میانگین} + \text{مد} + \text{میانه} = ۳+۳+۴ = ۱۰$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ درس دوم ـ معیارهای گرایش به مرکز)

۷- گزینه «۴» ـ

$$\underbrace{۱۲,۱۴,\overbrace{۱۵,۱۷}^{Q_۱},۲۰,۲۲}_{},\overset{Q_۲}{\overset{\uparrow}{(۲۳)}},\underbrace{۲۴,۲۵,\overbrace{۳۰,۳۲}^{Q_۳},۳۵,۳۶}_{}$$

$$Q_۱=\frac{۱۵+۱۷}{۲}=۱۶ \qquad Q_۳=\frac{۳۰+۳۲}{۲}=۳۱$$

داده‌های بین $Q_۱$ و $Q_۳$ را انتخاب می‌کنیم:

$$۱۷,۲۰,۲۲,۲۳,۲۴,۲۵,۳۰ \Rightarrow \bar{x}=\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}=\frac{۱۷+۲۰+۲۲+۲۳+۲۴+۲۵+۳۰}{۷}=۲۳$$

$$\text{انحراف معیار}=\sqrt{\frac{(۱۷-۲۳)^۲+(۲۰-۲۳)^۲+(۲۲-۲۳)^۲+(۲۳-۲۳)^۲+(۲۴-۲۳)^۲+(۲۵-۲۳)^۲+(۳۰-۲۳)^۲}{۷}}$$

$$\Rightarrow \text{انحراف معیار}=۳/۷$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ درس سوم ـ معیارهای پراکندگی)

۸- گزینه «۲» ـ

$$\text{مجموع فراوانی‌ها}=۲+۵+۶+۷+۱۰=۳۰$$

$$\text{فراوانی نسبی دسته چهارم}=\frac{\text{فراوانی دسته چهارم}}{\text{مجموع فراوانی ها}}=\frac{۱۰}{۳۰}=\frac{۱}{۳}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دهم ـ فصل پنجم ـ درس اول ـ نمودارهای یک متغیره)

۹- گزینه «۱» ـ چون ارزش گزاره $(p\wedge\sim s)\Rightarrow(p\wedge\sim q)$ نادرست است، پس باید $p\wedge\sim s$ درست و $p\wedge\sim q$ نادرست باشد. از درستی $p\wedge\sim s$ نتیجه می‌شود که p و $\sim s$ هر دو درست هستند پس p درست و s نادرست است. از نادرستی $p\wedge\sim q$ با توجه به این‌که p درست است نتیجه می‌شود که $\sim q$ نادرست است و این یعنی q درست است، در نتیجه داریم:

$$(\sim s\wedge q)\Rightarrow(s\Leftrightarrow\sim q)\equiv(\sim F\wedge T)\Rightarrow(F\Leftrightarrow\sim T)\equiv(\underbrace{T\wedge T}_{T})\Rightarrow(\underbrace{F\Leftrightarrow F}_{T})\equiv T\Rightarrow T\equiv T$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ درس اول ـ ترکیب شرطی و دو شرطی گزاره)

۱۰- گزینه «۳» ـ به تابعی که ضابطه‌اش $f(x)=x$ باشد تابع همانی می‌گوییم یعنی تابعی است که هر عددی که واردش شود همان عدد را به‌عنوان خروجی می‌دهد، پس باید مؤلفه x و y نقاط آن با هم برابر باشند:

$$\text{چون } f \text{ همانی است} \Rightarrow m=۳-\frac{m}{۲}\Rightarrow m+\frac{m}{۲}=۳\Rightarrow\frac{۳}{۲}m=۳\Rightarrow m=۲$$

حال $f(-\frac{۱}{۲}m)$ را به ازای $m=۲$ حساب می‌کنیم:

$$f(-\frac{۱}{۲}m)=f(-\frac{۱}{۲}\times۲)=f(-۱)=-۱$$

چون f همانی است پس $f(-۱)$ با -۱ برابر است.

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ تابع همانی)

۱۱- گزینه «۴» ـ نمودار رسم شده از یک خط افقی به‌صورت مقدار ثابت $f(x)=$ و یک خط به‌صورت $y=mx+h$ تشکیل شده است:

به ازای $x<-۱$ ضابطه $f(x)=-۱$ را داریم:

برای محدوده $x\geq۲$ باید معادله خط را با داشتن دو نقطه بنویسیم:

$$\begin{matrix}(۲,۱)\\(۳,۲)\end{matrix}\Rightarrow m=\frac{۲-۱}{۳-۲}=\frac{۱}{۱}=۱$$

$$y-y_۰=m(x-x_۰)\Rightarrow y-۱=۱(x-۲)\Rightarrow y-۱=x-۲\Rightarrow y=x-۱$$

بنابراین برای محدوده $x\geq۲$ ضابطه $f(x)=x-۱$ را داریم:

$$f(x)=\begin{cases}-۱ & x<-۱\\ x-۱ & x\geq۲\end{cases}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ تابع چندضابطه‌ای)

۱۲- گزینه «۳» ـ

$D_f = \{۱, ۲, -۲\} \qquad D_g = \{۴, -۲, ۱, ۲\}$

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = ۰\}$

در این‌جا $g(-۲) = ۰$ می‌باشد پس باید از اشتراک D_f و D_g عدد ۲- را حذف کنیم:

$D_{\frac{f}{g}} = \{-۲, ۲, ۱\} - \{-۲\} = \{۲, ۱\}$

$\Rightarrow (\frac{f}{g})(۲) = \frac{f(۲)}{g(۲)} = \frac{۶}{۳} = ۲ \qquad (\frac{f}{g})(۱) = \frac{f(۱)}{g(۱)} = \frac{-۳}{-۱} = ۳$

$\Rightarrow R_{\frac{f}{g}} = \{۲, ۳\}$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ درس سوم ـ اعمال بر روی تابع)

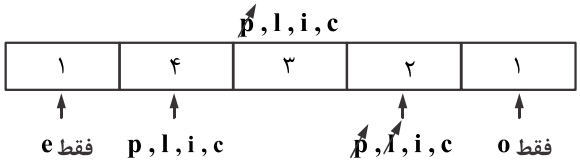
۱۳- گزینه «۲» ـ اگر درآمدهای افراد جامعه به ما داده شود، دو روش برای یافتن خط فقر وجود دارد. یکی روش نصف میانه و دیگری روش نصف میانگین. اگر اختلاف بین کم‌درآمدترین و پردرآمدترین فرد جامعه خیلی زیاد باشد بهتر است برای یافتن خط فقر از روش نصف میانه استفاده کنیم. در این‌جا چون اختلاف بین کمترین درآمد (۱ میلیون) و بیشترین درآمد (۸۰ میلیون) بسیار زیاد است از روش نصف میانه استفاده می‌کنیم، برای این کار ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$\underbrace{۱, ۲, ۲, ۳, \boxed{۳, ۵}, ۶, ۹, ۱۲, ۸۰}$

میانه $Q_۲ = \frac{۳+۵}{۲} = ۴ \Rightarrow$ خط فقر = نصف میانه $= \frac{۴}{۲} = ۲$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل سوم ـ درس اول ـ خط فقر)

۱۴- گزینه «۱» ـ حرف o در آخر و حرف e باید در اول باشد بنابراین جایگاه آن‌ها معلوم است. بقیه به‌صورت مقابل پر می‌شود:



تعداد کلمات مطلوب $= ۱ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۲۴$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس اول ـ شمارش)

۱۵- گزینه «۲» ـ

$n(S) = \binom{۷}{۲} = \frac{۷!}{۵! \times ۲!} = \frac{۷ \times \overset{۳}{۶} \times ۵!}{۵! \times ۲} = ۲۱$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$: احتمال این‌که مهره‌ها هم‌رنگ باشند یعنی هر دو مهره آبی یا هر دو مهره بنفش باشند

$n(A) = \binom{۴}{۲} \overset{\text{یا}}{+} \binom{۳}{۲} = \frac{۴!}{۲! \times ۲!} + \frac{۳!}{۱! \times ۲!} = \frac{۴ \times ۳ \times ۲}{۲ \times ۲} + \frac{۳ \times ۲}{۱ \times ۲} = ۶ + ۳ = ۹$

$P(A) = \frac{۹}{۲۱} = \frac{۳}{۷}$

احتمال این‌که مهرها هم‌رنگ نباشد: $P(A') = ۱ - P(A) = ۱ - \frac{۳}{۷} = \frac{۴}{۷}$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس دوم ـ احتمال)

۱۶- گزینه «۴» ـ طبق مطالب صفحه ۳۴ کتاب درس دوازدهم، استفاده از شاخص‌های مرکزی و پراکندگی، استفاده از نمودارها و جدول‌ها جزء گام چهارم (تحلیل داده‌ها) از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل می‌باشد.

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس سوم ـ چرخه آمار در حل مسائل)

۱۷- گزینه «۳» ـ تفاضل دو جمله متوالی (شماره بزرگ‌تر منهای شماره کوچک‌تر) در یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک برابر است:

$$a_{n-1} - a_n = -4$$

a_n و a_{n-1} دو جمله متوالی‌اند:

$$a_n - a_{n-1} = 4 \Rightarrow d = 4$$

مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ به‌دست می‌آید که a_1 جمله اول و d اختلاف مشترک است:

$$\begin{cases} d = 4 \\ a_1 = -3 \\ n = 12 \end{cases} \Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2}[2(-3) + 11\times 4] = 6[-6 + 44] \Rightarrow S_n = 228$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ دنباله‌های حسابی)

۱۸- گزینه «۱» ـ جمله عمومی یک دنباله هندسی به‌صورت $a_n = a_1 r^{n-1}$ می‌باشد.

$$a_4 \times a_6 = 81 \Rightarrow a_1 r^3 \times a_1 r^5 = 81 \Rightarrow a_1^2 \times r^8 = 81 \Rightarrow (a_1 \times r^4)^2 = 81 \Rightarrow (a_5)^2 = 81 \Rightarrow a_5 = 9$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ درس اول ـ دنباله هندسی)

۱۹- گزینه «۳» ـ چون a و b غیر هم‌علامت و min دارد.

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ درس دوم ـ ریشه nام و توان گویا)

۲۰- گزینه «۴» ـ

$$\frac{1+\sqrt{3}}{-1+2} = \frac{1+\sqrt{3}}{1} = 1+\sqrt{3}$$

(سراسری با اندکی تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ درس سوم ـ تابع نمایی)