

ریاضی

۱- گزینه «۲» - وسط پاره خط AB روی خط عمودمنصف قرار دارد.

$$M = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{a+1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$$

$$M \in (y = 2x - k) \Rightarrow \frac{-1}{2} = a + 1 - k \Rightarrow a - k = -\frac{3}{2}$$

ضمناً پاره خط AB برخط $y = 2x - k$ عمود است.

$$\frac{1 - (-2)}{a - 1} \times 2 = -1 \Rightarrow \frac{3}{a - 1} = \frac{-1}{2} \Rightarrow 1 - a = 6 \Rightarrow a = -5$$

$$a - k = -\frac{3}{2} \xrightarrow{a = -5} -5 - k = -\frac{3}{2} \Rightarrow k = -5 + \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - عمود منصف) (متوسط)

۲- گزینه «۳» -

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$D_g = \{x \mid 2 - x \geq 0\} = (-\infty, 2]$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f = 0\} = (-\infty, 2] - [0, 1] = (-\infty, 0) \cup (1, 2]$$

$$a + \frac{b}{c} = 0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل سوم - اعمال جبری روی تابع) (متوسط)

۳- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - bx^2}{x^2 - 4} = 2 \Rightarrow b = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{b}{\sin \pi x} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - حد در بی نهایت) (متوسط)

۴- گزینه «۳» -

$$f(x) = a(x-1)^2 - 2 \xrightarrow{(0, -1)} -1 = a(0-1)^2 - 2$$

$$\Rightarrow a = 1 \Rightarrow g(x) = 2x - ((x-1)^2 - 2)$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow 2x - (x^2 - 2x + 1) + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - S و P) (آسان)

۵- گزینه «۲» -

$$6 - x - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{x}{y}} + 2 \sin \alpha = 0 \xrightarrow{x=2} \sin \alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - معادله مثلثاتی) (دشوار)

۶- گزینه «۴» -

$$f(1) = g(1) = 0 \Rightarrow 4 - 2^{a+b} = 0 \Rightarrow a + b = 2$$

$$f(-1) = g(-1) = 0 \Rightarrow 4 - 2^{-a+b} = 0 \Rightarrow -a + b = 2$$

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ -a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow b = 2, a = 0 \Rightarrow a + b^2 = 4$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - تابع نمایی) (متوسط)

۷- گزینه «۲» -

$$D_{g \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_g\} = \left\{x \neq \frac{1}{3} \mid \frac{4x-1}{2x-1} \neq \frac{1}{3}\right\}$$

$$\frac{4x-1}{2x-1} \neq \frac{1}{3} \Rightarrow 12x-3 \neq 2x-1 \Rightarrow 9x \neq 2 \Rightarrow x \neq \frac{2}{9}$$

$$D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{9}, \frac{1}{3}\right\} \Rightarrow a + b = \frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - دامنه ترکیب تابع) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

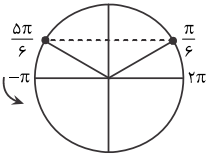
$$\frac{3x^2 + 4x - 7}{|x-1|+1} < 0 \Rightarrow 3x^2 + 4x - 7 < 0 \Rightarrow \frac{-7}{3} < x < 1$$

$$\Rightarrow -7 < 3x < 3 \Rightarrow a - 7 < 3x + a < a + 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 3 = b \\ a - 7 = -b \end{cases} \xrightarrow{+} 2a - 4 = 0 \Rightarrow a = 2, b = 5 \Rightarrow ab = 10$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل چهارم - نامعادله) (متوسط)

۹- گزینه «۴» -



$$\frac{4 + \sin x}{3 - \sin x} = \frac{9}{5} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$$

در بازه داده شده ۴ جواب دارد.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - معادله مثلثاتی) (آسان)

۱۰- گزینه «۲» -

$$\frac{f}{f'} = 2 \Rightarrow f(1) = 2, f'(1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f''(x) + f(x) - 6}{\sqrt{x} - 1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{hop}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f'(x)f'(x) + f(x)}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{2f'(1)f'(1) + f(1)}{2} = \frac{2(2 \times 2 \times 2 + 2)}{2} = 20$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» -

$$2x - \frac{3}{x^2} f'\left(\frac{2}{x}\right) = -g'(1-x)$$

$$x = 2 \Rightarrow 6 - \frac{1}{3} f'(1) = -g'(-2) \Rightarrow 6 - \frac{1}{3} \times 4 = -g'(-2) \Rightarrow g'(-2) = -\frac{14}{3}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق تابع مرکب) (متوسط)

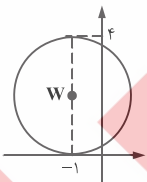
۱۲- گزینه «۱» -

$$-1, \frac{1}{2}, \frac{1}{\log x}$$

$$2\left(\frac{1}{2}\right) = -1 + \frac{1}{\log x} \Rightarrow \frac{1}{\log x} = 2 \Rightarrow \log x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \sqrt{10}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - معادله لگاریتمی) (دشوار)

۱۳- گزینه «۴» -



$$W(-1, 2), r = 2$$

$$\text{معادله دایره: } (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ششم - معادله دایره) (آسان)

۱۴- گزینه «۱» -

$$a_1 = a_3 = \dots = a_{23} = 1$$

$$a_2 = a_4 = \dots = a_{22} = 2$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{23} = 37(1) + 22(2) = 37 + 44 = 81$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل اول - دنباله) (آسان)

۱۵- گزینه «۲» -

$$x = \frac{2\sqrt{2}-2+1}{2-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-1}{2-\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{4-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-1}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{(4-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}+1)}{(2\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}+1)} = \frac{6\sqrt{2}-4}{7}$$

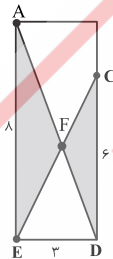
(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - گویا کردن) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \xrightarrow{\tan \alpha = \frac{4}{3}} \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ششم - خروج از مرکز بیضی) (آسان)

۱۷- گزینه «۲» -



$$\triangle AEF \sim \triangle FCD \Rightarrow \frac{AF}{FD} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{AF}{AF+FD} = \frac{4}{4+3} \Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{4}{7}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل دوم - تشابه) (آسان)

۱۸- گزینه «۴» -

$$\bar{x} = 6$$

با حذف داده ۶:

$$2, 4, 7, 7, 7, 9$$

$$\sigma^2 = \frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + 3(7-6)^2 + (9-6)^2}{6} = \frac{16}{3}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل هفتم - واریانس) (آسان)

۱۹- گزینه «۲» - فضای نمونه‌های شامل چهار پسر نمی‌شود پس $n(s) = 15$

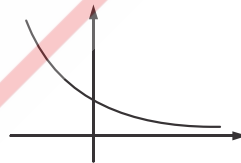
$$P(A) = \frac{1}{15}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل هفتم - احتمال شرطی) (آسان)

۲۰- گزینه «۳» -

$$a + | -1 | = 4 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \min f(x) = a - 1 = 2$$

$$g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - \sin \pi x$$



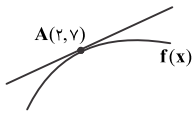
تابع $\left(\frac{1}{3}\right)^x$ نزولی اکید است.

$$\begin{cases} \max g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \\ \min g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81} \end{cases}$$

$$\max g + \min g = \frac{1}{9} + \frac{1}{81} = \frac{10}{81}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع نزولی) (آسان)

۲۱- گزینه «۲» -



$$f'(x) = 4, f'(x) = 4$$

$$g'(x) = \frac{f(x) - (x+y)f'(x)}{f^2(x)}$$

$$g'(x) = \frac{f(x) - 4f(x)}{(f(x))^2} = \frac{x - 4x}{x^2} = \frac{-3x}{x^2} = -\frac{3}{x}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق) (متوسط)

۲۲- گزینه «۲» -

$$f'(x) = \frac{2}{-1} = -2 \text{ مقدار تابع}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{2}{-2} = -1 \text{ حد راست}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2 \text{ حد چپ}$$

پیوستگی چپ دارد.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ششم - پیوستگی) (آسان)

۲۳- گزینه «۱» -

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sin \frac{2\pi}{3} + 4 \sin \frac{11\pi}{6}}{\sin \frac{4\pi}{3} + 3 \sin \frac{5\pi}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + 4\left(-\frac{1}{2}\right)}{\frac{-\sqrt{3}}{2} + 3 \times 1} = \frac{\frac{\sqrt{3}-2}{2}}{\frac{-\sqrt{3}+3}{2}} = \frac{\sqrt{3}-2}{3-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-2}{6-\sqrt{3}} \times \frac{6+\sqrt{3}}{6+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-21}{36-3} = \frac{2\sqrt{3}-21}{33}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات) (متوسط)

۲۴- گزینه «۲» -

$$P(\text{سفید}) = \frac{2}{6} \times \frac{5}{10} + \frac{4}{6} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل هفتم - احتمال کلی) (آسان)

۲۵- گزینه «۴» -

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x+3}} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{x+3} = 1 \Rightarrow x+3 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{11}{4} \notin [1, 6]$$

$$f(1) = 1 - 2 = -1$$

$$f(6) = 6 - 3 = 3$$

$$\max f(x) + \min f(x) = 2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - اکسترمم مطلق) (متوسط)

۲۶- گزینه «۳» -

$$|4x^2 + x| = -(4x^2 + x) \Rightarrow 4x^2 + x \leq 0 \Rightarrow x(4x+1) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} 4x+1 > 0 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow x > -\frac{1}{4}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل چهارم - نامعادله) (آسان)

۲۷- گزینه «۲» -

$$g(x) = 0 \Rightarrow f(x) - 4 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 8x + 1 - 4 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = \left(\frac{6}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{-3}{6}\right) = \frac{36}{4} + 1 = \frac{25}{2}$$

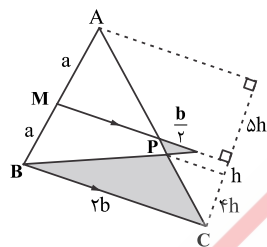
$$\alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 \Rightarrow \alpha^4 + \beta^4 = \frac{625}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1250 - 2}{4} = \frac{1248}{4} = \frac{1169}{1}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - S و P) (متوسط)

۲۸- گزینه «۱» -

$$\boxed{EL} \text{ mira} \Rightarrow \Delta! = 12.$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل ششم - اصل ضرب) (آسان)



$$\frac{S_{PBC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times vb \times 4h}{\frac{1}{2} \times vb \times 10h} = 0.4$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل دوم - تشابه) (آسان)

۳۰-گزینه «۲» -

$$\sqrt{x+1} + 2x = 8$$

$$\sqrt{x+1} = 8 - 2x \Rightarrow x+1 = 64 + 4x^2 - 32x$$

$$4x^2 - 32x + 63 = 0 \Rightarrow (x-3)(4x-21) = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$f(f^{-1}(8) + 5) = f(3 + 5) = f(8) = 3 + 16 = 19$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل سوم - وارون تابع) (متوسط)

سوی