حسابان

۱-گزینه «۱» ـ

$$a_n = -11+(n-1)\times 9 \xrightarrow{a_n=205} 205+11 = 9(n-1)$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{216}{9} = 24 \Rightarrow n = 25$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل اول ـ دنباله حسابی) (آسان)

۲-گزینه «۱» ـ

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + (\sqrt{ab})^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(a-b)^2}{4} + ab = 1 \Rightarrow \frac{(a+b)^2}{4} = 1 \Rightarrow |a+b| = 2$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۳-گزینه «۲» ـ

$$x = \sqrt[9]{3\times 3^{\frac{1}{3}}} \times \sqrt[27]{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \left(3^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{9}} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{4}{27}} = 3^{\frac{4}{27}} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{4}{27}} = 2^{\frac{4}{27}}$$

$$\left(3-\sqrt[4]{x^{27}}\right)^{-4} = (3-2)^{-4} = 1$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل سوم ـ توان‌های گویا) (متوسط)

۴-گزینه «۴» ـ

$$x - \left|\frac{x-2}{x}\right| \geq 0 \Rightarrow \left|\frac{x-2}{x}\right| \leq x \xrightarrow{x>0} \left(\frac{x-2}{x}-x\right)\left(\frac{x-2}{x}+x\right) \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-2-x^2)(x-2+x^2)}{x^2} \leq 0 \xrightarrow{x\neq 0} (x^2-x+2)(x^2+x-2) \geq 0$$

$$\xrightarrow{x^2-x+2>0} x^2+x-2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty,-2]\cup[1,+\infty) \xrightarrow{x>0} x \in [1,+\infty)$$

با توجه به دامنه داده شده $a=-1$ است.

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ تابع رادیکالی) (متوسط)

۵-گزینه «۳» ـ

$$(f+2g)(x) = x-4 \Rightarrow f(x)+2g(x) = x-4 \Rightarrow 2g(x) = -4 \Rightarrow g(x) = -2$$

$$(f-2g)(1) = f(1)-2g(1) = 1-2(-2) = 5$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ اعمال جبری روی تابع) (آسان)

۶-گزینه «۱» ـ

$$2\alpha+2\beta+\beta = 6-m \Rightarrow 2(3)+\beta = 6-m$$

$$\Rightarrow \beta = -m \Rightarrow m^2+3m+m = 0 \xrightarrow{m<0} m = -4$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ p و s) (آسان)

۷-گزینه «۴» ـ تابع f روی بازه $[3,+\infty)$ اکیداً صعودی است،

$$x \geq 3 \Rightarrow f(x) = 2x-3 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2} \ ، \ x \geq 3$$

$$\Rightarrow a = 1 \ ، \ b = 3 ، c = 3 \Rightarrow \frac{ab}{c} = 1$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ وارون) (متوسط)

۸-گزینه «۲» ـ نقطه برخورد تابع $g(x)$ با محور y ها $M(0,\log_3 2)$ است. تابع f از دو نقطه M و $N(2,10)$ عبور می‌کند.

$$f(2) = 0 \Rightarrow 2a+b = 0$$

$$g(0) = f(0) = \log_3 2 \Rightarrow b = \log_3 2$$

$$a = -\frac{b}{2} = -\frac{1}{2}\log_3 2 = \log_9 0/5 \Rightarrow d = 9$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل سوم ـ تابع لگاریتیمی) (متوسط)

۹-گزینه «۳» ـ

$$\cos(\alpha+\theta) = 0 \Rightarrow \cos\alpha\cos\theta - \sin\alpha\sin\theta = 0$$

$$(\cos\alpha)(0/4) = (\sin\alpha)\sqrt{1-\frac{4}{25}} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ $\cos(\alpha+\beta)$) (متوسط)

۱۰-گزینه «۳» ـ

$$p(x) = (x^3-27)q(x)+x^2+x-1$$

$$p(3) = 9+3-1 = 11$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ تقسیم) (آسان)

۱۱-گزینه «۳» ـ

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \frac{-5(x-2)(x+2)}{a(x-2)(x+3)} = 2 \Rightarrow \frac{-5\times 4}{a\times 5} = 2 \Rightarrow a = -2$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+(ax+1)^2}{x^2+6} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{(1+a^2)x^2}{x^2} = 1+a^2 = 1+4 = 5$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ حد در بی‌نهایت) (متوسط)

۱۲-گزینه «۲» ـ نقاط ناپیوستگی این تابع $\{\frac{1}{4},\frac{2}{4},\dots,\frac{7}{4}\}$ است. بنابراین چهارمین نقطه عدد ۱ است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل پنجم ـ پیوستگی براکت‌ها) (متوسط)

۱۳-گزینه «۱» ـ

$$\tan^4 x = 9 \Rightarrow \tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \pm\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = k\pi+\frac{\pi}{3} \\ \tan x = -\sqrt{3} \Rightarrow x = k\pi-\frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ معادله مثلثاتی) (متوسط)

۱۴-گزینه «۴» ـ

$$f'(x) = 2x - \frac{\pi}{2}\left(1+\tan^2\frac{\pi}{2}x\right) \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = 1-\pi < 0$$

$$f''(x) = 2 - \frac{\pi}{2}\times\pi\tan\frac{\pi}{2}x\left(1+\tan^2\frac{\pi}{2}x\right) \Rightarrow f''\left(\frac{1}{2}\right) = 2-\frac{\pi^2}{2}(1+1) = 2-\pi^2 < 0$$

تابع f در همسایگی $\frac{1}{2}$ نزولی و مقعر به پایین است.

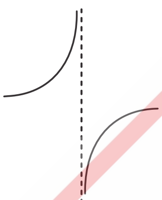
(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل پنجم ـ آزمون مشتق دوم) (متوسط)

۱۵-گزینه «۳» ـ با توجه به اطلاعات مسئله معادله $-x^2+ax-2=0$ فاقد ریشه است $(\Delta<0)$. در این صورت عبارت $-x^2+ax-2$ همواره منفی خواهد بود.

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{3}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

بنابراین f در همسایگی $x=1$ به صورت زیر است.



(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ مجانب قائم) (آسان)

۱۶-گزینه «۴» ـ در همسایگی راست $x=4$ داریم:

$$f(x) = \frac{\frac{1}{\pi}x}{1+\tan\frac{\pi}{x}} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{\pi}\left(1+\tan\frac{\pi}{x}\right)+\frac{\pi}{x^2}\left(1+\tan^2\frac{\pi}{x}\right)\frac{1}{\pi}x}{\left(1+\tan\frac{\pi}{x}\right)^2}$$

$$f'(4) = \frac{\frac{2}{\pi}+\frac{1}{2}}{4} = \frac{4+\pi}{8\pi}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ مشتق راست) (متوسط)

۱۷-گزینه «۳»

$$y = (x^3-1)\sqrt[3]{x} \Rightarrow y' = 3x^2\sqrt[3]{x} + \frac{x^3-1}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{10x^3-1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

y' در $x = \frac{1}{\sqrt[3]{10}}$ تغییر علامت می‌دهد. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل پنجم ـ اکسترمم) (آسان)