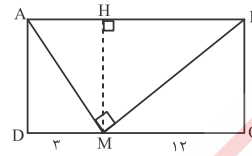


۱- گزینه «۴» - در مثلث قائم الزاویه AMB می توان گفت ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی بین ۲ قطعه ای است که روی وتر ایجاد می کند.

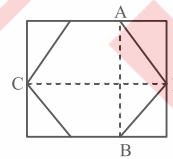


$$MH^2 = AH \cdot HB \Rightarrow MH^2 = 3 \times 12 \Rightarrow MH = 6$$

$$S = 15 \times 6 = 90$$

(یاقوتی) (پایه دهم - فصل دوم - درس سوم) (آسان)

۲- گزینه «۱» - در ۶ ضلعی منتظم به ضلع a اندازه کوچک ترین قطر برابر $a\sqrt{3}$ و اندازه بزرگ ترین قطر $2a$ است. (این قطرها هم اندازه یا طول و عرض مستطیل هستند) بنابراین:



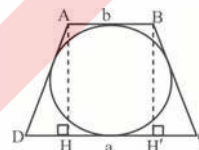
$$AB = \sqrt{3}a, CD = 2a$$

$$S = (\sqrt{3}a)(2a) = 2\sqrt{3}a^2 \Rightarrow S = 4\sqrt{3} \Rightarrow 2\sqrt{3}a^2 = 4\sqrt{3} \Rightarrow a = 2$$

$$6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (2)^2 = 6\sqrt{3}$$

(یاقوتی) (پایه دهم - فصل سوم - درس دوم) (متوسط)

۳- گزینه «۳» -



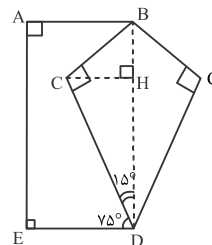
$$S = \pi R^2 = \pi r^2 \Rightarrow R^2 = r^2 \Rightarrow R = r = 2\sqrt{2}, AH = 2R = 4\sqrt{2}$$

$$DH = H'C = \frac{a-b}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$AHD \Rightarrow AD^2 = AH^2 + DH^2 = (4\sqrt{2})^2 + (2)^2 = 36 \Rightarrow AD = 6$$

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس سوم) (متوسط)

۴- گزینه «۴» - بازتاب نقطه C نسبت به BD را بدست می آوریم (C') و از آن به B و D وصل می کنیم. ۵ ضلعی ABC'DE از نظر محیط با ۵ ضلعی اصلی برابر است زیرا $CD = C'D$ و $BC = B'C$ و هم چنین حداکثر مساحت را داراست. میزان افزایش مساحت ۲ برابر مساحت مثلث قائم الزاویه BCD است.



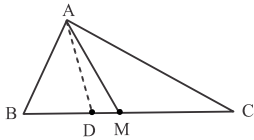
نکته: اگر یکی از زوایای مثلث قائم الزاویه 15° باشد ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{4}$ وتر خواهد بود:

$$BD = 12 \Rightarrow CH = \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BD \cdot CH = \frac{1}{2} AE \cdot CH =$$

$$\frac{1}{2} (12)(3) = 18 \Rightarrow \text{میزان افزایش مساحت} = 2 \times 18 = 36$$

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم) (متوسط)

۵- گزینه «۱» -



$$b = 12, c = 6, m_a = 8$$

$$2m_a^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2} \Rightarrow a = \sqrt{104}$$

نیمساز نظیر هر راس ضلع مقابل را به نسبت اضلاع تقسیم می کند:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow BD = \frac{1}{3} BC = \frac{1}{3} \sqrt{104}$$

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس سوم) (متوسط)

۶- گزینه «۳» -

$$AB - AC = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A(B-C) = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times (B-C)^{-1}} A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -3 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$-3 = \text{جمع درایه های قطر اصلی}$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - سهمی رو به بالاست و کمترین مقدار y در معادله همان عرض رأس سهمی است.

$$x^2 - 8x - 2y = a \Rightarrow (x^2 - 8x + 16 - 16) = 2y + a \Rightarrow (x-4)^2 = 2(y + \frac{a}{2} + 8)$$

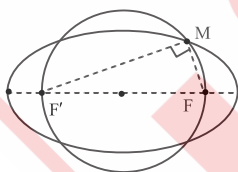
$$S = (4, -\frac{a}{2} - 8) \quad ; \quad 4p = 2 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{a}{2} - 8 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -3$$

$$S = \frac{-a}{2} - 8 = -\frac{(-3)}{2} - 8 = -\frac{13}{2}$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس سوم) (متوسط)

۸- گزینه «۲» -



$$2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

$$2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 36 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{32}$$

مثلث $MF'F'$ قائم الزاویه است. (چون $\widehat{M}$ محاطی رو به رو به قطر است).

$$MF + MF' = 2a = 12 \Rightarrow MF' = 12 - MF$$

$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \Rightarrow MF^2 + (12 - MF)^2 = (2\sqrt{32})^2$$

$$\Rightarrow 2MF^2 - 24MF + 144 = 0 \Rightarrow MF^2 - 12MF + 72 = 0 \Rightarrow MF = 6 \pm \sqrt{24} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} MF = 6 - \sqrt{24} = 6 - 2\sqrt{6} \\ MF' = 6 + \sqrt{24} = 6 + 2\sqrt{6} \end{cases}$$

بنابراین فاصله تا دورترین کانون $6 + 2\sqrt{6}$ است.

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس سوم) (دشوار)

۹- گزینه «۴» -

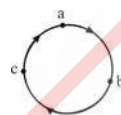
$$|\vec{a} - \vec{b}| = \Delta \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = \Delta^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = \Delta^2 \Rightarrow$$

$$64 + 25 - 2 \times 8 \times 5 \cos\theta = \Delta^2 \Rightarrow \cos\theta = \frac{64}{80} = \frac{4}{5} \quad \sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}$$

$$\sin\theta = \frac{3}{5}$$

$$|\vec{a} \times (\vec{r}\vec{a} - \vec{b})| = \underbrace{\vec{r}\vec{a} \times \vec{a}}_{\text{صفر}} - \vec{a} \times \vec{b} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta = 8 \times 5 \times \frac{3}{5} = 24$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس دوم) (متوسط)



۱۰- گزینه «۲» - نکته ۱: اگر $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ بردار در فضا باشند:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

نکته ۲: از آن جا که بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر هر دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ عمود است می توان گفت:

$$\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

$$(\vec{r}\vec{a} - \vec{b}) \cdot [(\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{c} - \vec{r}\vec{a})] = (\vec{r}\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c} - \vec{r}\vec{b} \times \vec{a} + \underbrace{\vec{c} \times \vec{c}}_{\text{صفر}} - \vec{r}\vec{c} \times \vec{a}) = 6$$

$$\Rightarrow \vec{r}\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) - \underbrace{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a})}_0 - \underbrace{\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})}_0 - \underbrace{\vec{b} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}_0 + \underbrace{\vec{r}\vec{b} \cdot (\vec{b} \times \vec{a})}_0 + \underbrace{\vec{r}\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})}_{\vec{r}\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})} = 6$$

$$= \Delta \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 6 \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 1/2 \Rightarrow \text{حجم} = 1/2$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس دوم) (دشوار)