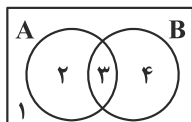


ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۳» - از روش شماره گذاری نمودار ون استفاده می‌کنیم:



$$[(A \cap B) \cup (A - B) \cup (A \cup B)']' = [(A \cap B) \cup (A - B) \cup (A' \cap B)']$$

$$= [\{2\} \cup \{1\} \cup \{3\}]' = \{2, 3, 4\}' = \{1\}$$

ناحیه ۱ مربوط به $A' \cap B'$ است. (هویدی) (پایه یازدهم - فصل اول - نظریه و جبر مجموعه‌ها) (آسان)

۲- گزینه «۱» - می‌توان نوشت:

$$[(A \cap B) \times B] \cap [(A \cup B) \times A] = [A \times B] \cap [B \times A] = (A \cap B) \times (B \cap A) = A \times A = A^2$$

برای حل این سؤال از نکته‌های زیر استفاده شد:

(۱) چون $A \subseteq B$, پس $A \cap B = A$, $A \cup B = B$

(۲) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل اول - ضرب دکارتی) (متوسط)

۳- گزینه «۳» - فرض کنید A مجموعه عددهای بخش پذیر بر ۴ و B مجموعه عددهای بخش پذیر بر ۵ باشند. اکنون می‌توان نوشت:

$$n(S) = 300, n(A) = \left[\frac{300}{4} \right] - \left[\frac{200}{4} \right] = 125 - 50 = 75$$

$$n(B) = \left[\frac{300}{5} \right] - \left[\frac{200}{5} \right] = 100 - 40 = 60$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{300}{20} \right] - \left[\frac{200}{20} \right] = 25 - 10 = 15$$

در نتیجه:

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - \frac{75}{300} - \frac{60}{300} + \frac{15}{300} = \frac{180}{300} = 0.6$$

(سراسری خارج از کشور - ۸۹) (پایه یازدهم - فصل دوم - مبانی احتمال) (متوسط)

۴- گزینه «۲» - توجه کنید که:

$$P(b') = P(a) + P(c), P(c') = P(a) + P(b)$$

در نتیجه:

$$\frac{P(a)}{P(b')} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{P(a)}{P(a) + P(c)} = \frac{1}{4} \Rightarrow P(c) = 3P(a)$$

و:

$$\frac{P(b)}{P(c')} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{P(b)}{P(a) + P(b)} = \frac{2}{3} \Rightarrow P(b) = 2P(a)$$

اکنون به دست می‌آید:

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1 \Rightarrow P(a) + 2P(a) + 3P(a) = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{6}$$

در نهایت:

$$P(b) - P(a) = 2P(a) - P(a) = P(a) = \frac{1}{6}$$

(کتاب همراه علوی) (پایه یازدهم - فصل دوم - احتمال در فضای غیرهم‌شانسی) (متوسط)

۵- گزینه «۲» - از نمودار درختی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_1 = 1: \frac{1}{4} \xrightarrow{x_2 \in \{1\}} P(x_2 = 1) = 1 \\ x_1 = 2: \frac{1}{4} \xrightarrow{x_2 \in \{1, 2\}} P(x_2 = 1) = \frac{1}{2} \\ x_1 = 3: \frac{1}{4} \xrightarrow{x_2 \in \{1, 2, 3\}} P(x_2 = 1) = \frac{1}{3} \\ x_1 = 4: \frac{1}{4} \xrightarrow{x_2 \in \{1, 2, 3, 4\}} P(x_2 = 1) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

اکنون بنابر قضیه بیز، می‌توان نوشت:

$$P(x_1 = 1 | x_2 = 1) = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)}{\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{6}{25}$$

(کتاب همراه علوی) (پایه یازدهم - فصل دوم - قضیه بیز) (دشوار)

۶- گزینه «۳» - به دست می‌آید:

$$n = 30 + 90 + 180 + 120 + 30 = 450$$

در نتیجه:

$$\text{زاویه مربوط به ارشد} = \frac{f_{\text{ارشد}}}{n} \times 360^\circ = \frac{120}{450} \times 360^\circ = 96^\circ$$

(سراسری - ۹۳) (پایه یازدهم - فصل سوم - آمار توصیفی، نمودار دایره‌ای) (آسان)

۷- گزینه «۳» - می‌توان نوشت:

$$(\sigma_{1\bar{x}} = 2, x_1 = 50), (\sigma_{2\bar{x}} = 1/25, x_2 = ?)$$

در نتیجه:

$$\frac{\sigma_{1\bar{x}}}{\sigma_{2\bar{x}}} = \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} \Rightarrow \frac{2}{1/25} = \sqrt{\frac{n_2}{50}} \Rightarrow n_2 = 128$$

پس:

$$n_2 - n_1 = 128 - 50 = 78$$

بنابراین ۷۸ عضو باید اضافه شود. (کتاب همراه علوی) (پایه یازدهم - فصل چهارم - برآورد) (آسان)

۸- گزینه «۲» - چون a دو عدد $2 + 2n + n^3$ و $3 + n$ را می‌شمارد، پس باقی‌مانده $2 + 2n + n^3$ بر $n + 3$ را نیز می‌شمارد. چون باقی‌مانده فوق

برابر $2 + 2(-3) + (-3)^3 = -31$ است؛ یعنی $a - 31$ و چون a عددی طبیعی و دو رقمی است، پس $a = 31$ و در نهایت مجموع ارقام آن برابر

۴ است. (هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - بخش پذیری) (متوسط)

۹- گزینه «۴» - می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} (a, 70) = 10 \\ (a, 96) = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 | a \\ 16 | a \end{cases} \Rightarrow [10, 16] | a \Rightarrow 80 | a \xrightarrow{a \text{ عددی دو رقمی است}} a = 80$$

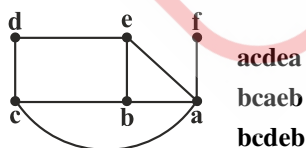
یعنی مجموع ارقام a برابر ۸ است. (هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - ب.م.م و ک.م.م) (دشوار)

۱۰- گزینه «۴» - ابتدا با کم کردن مضارب ۷ عبارت‌ها را ساده می‌کنیم. به دست می‌آید:

$$\begin{cases} 5x + 13y \equiv 25 \\ 9x + 3y \equiv 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 6y \equiv 3 \\ 2x + 3y \equiv 6 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} 4x + 6y \equiv 12 \xrightarrow{\text{معادلات را از هم کم می‌کنیم}} x \equiv -5 + 7 \equiv 2 \Rightarrow x = 7k + 2$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - معادله هم‌نهشت) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» - ابتدا گراف را رسم می‌کنیم. دورهای به طول ۴ عبارتند از:



بنابراین ۳ دور به طول ۴ در این گراف وجود دارد. (هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - دور در گراف) (دشوار)

۱۲- گزینه «۱» - رأس d توسط مجموعه $\{a, e, g\}$ احاطه نمی‌شود، بنابراین $\{a, e, g\}$ مجموعه احاطه‌گر گراف داده شده نیست.

(سراسری ریاضی - ۹۹) (پایه دوازدهم - فصل دوم - احاطه‌گری) (آسان)

۱۳- گزینه «۲» - مسئله موردنظر معادل تعداد جواب‌های طبیعی معادله سیاله $x_1 + x_2 + x_3 = 9$ است، پس:

$$\text{جواب} = \binom{9-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - معادلات سیاله خطی با ضرایب واحد) (آسان)

۱۴- گزینه «۴» - ابتدا مجموعه A را به صورت زیر افراز می‌کنیم:

$$\{1, 23\}, \{2, 22\}, \{3, 21\}, \dots, \{11, 13\}, \{12\}$$

اکنون از هریک از این مجموعه‌ها یک عضو انتخاب می‌کنیم (تا اینجا کار ۱۲ عدد انتخاب کرده‌ایم و مجموع هیچ دو تایی از آن‌ها نشده

است). با انتخاب عضو سیزدهم، مجموعه انتخابی شامل ۲ عضوی است که مجموع آن‌ها ۲۴ است.

(سراسری ریاضی - ۹۲) (پایه دوازدهم - فصل سوم - اصل لانه کبوتری) (آسان)