

## ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۱» - شرطهای گزاره ۲ شرطی را جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهیم:

$$(\sim p \vee (\sim q \wedge p)) \equiv T$$

د هر چه باشد

در گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  اگر ارزش  $p$  نادرست باشد ارزش گزاره شرطی همواره درست است.

$$(p \Rightarrow q) \vee \sim q \equiv T$$

د هر چه باشد

بنابراین گزاره ۲ شرطی همواره درست است.

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول) (آسان)

۲- گزینه «۲» -

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 36 \Rightarrow |A \cap B| = 6 \quad (۱)$$

$$|A \cap B'| = 2 \Rightarrow |A - B| = 2 \Rightarrow |A| - |A \cap B| = 2 \xrightarrow{(۱)} |A| = 8, |B| = 7$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 8 + 7 - 6 = 9 \Rightarrow$$

$$= 2^9 - 1 = 511 \quad \text{تعداد زیر مجموعه‌های ناتهی}$$

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس دوم) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - در پرتاب ۳ تاس تعداد کل حالات  $6^3 = 216$  است که نصف آن‌ها حالاتی

است که مجموع اعداد رو شده زوج و نصف دیگر حالاتی است که مجموعشان فرد است.

بنابراین تعداد حالاتی که مجموع اعداد زوج است ۱۰۸ است یعنی  $n(S) = 108$

$(6, 6, 6), (4, 4, 4), (2, 2, 2)$  باید هر ۳ عدد زوج باشند  $\Rightarrow$  اعداد برابر باشند

$$\Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{108} = \frac{1}{36}$$

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم) (دشوار)

۴- گزینه «۳» - احتمال این که تا ۲ از مهره‌ها سفید باشد را حساب می‌کنیم:

$$A: \left\{ \begin{array}{l} ۴ \text{ سفید} \\ ۵ \text{ سیاه} \end{array} \right., B: \left\{ \begin{array}{l} ۴ \text{ سفید} \\ ۵ \text{ سیاه} \end{array} \right., C: \left\{ \begin{array}{l} ۶ \text{ سفید} \\ ۴ \text{ سیاه} \end{array} \right.$$

$$P = \frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{2} \binom{5}{2}}{\binom{9}{4}} + \frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{2} \binom{5}{2}}{\binom{9}{4}} + \frac{1}{3} \times \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2}}{\binom{10}{4}} = \frac{1}{3} \left( \frac{10}{21} + \frac{10}{21} + \frac{9}{21} \right) = \frac{29}{63}$$

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس چهارم) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{275}{25} - 9 = 2 \Rightarrow S = \sqrt{2}$$

$$C \cdot V = \frac{S}{x} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس سوم) (آسان)

۶- گزینه «۱» -

$$(12n + 5, 8n + 1) = d$$

$$\begin{aligned} d | 12n + 5 &\Rightarrow d | 2(12n + 5) - 3(8n + 1) \Rightarrow d | 7 \xrightarrow{d \neq 1} d = 7 \\ d | 8n + 1 & \end{aligned}$$

یعنی هر دو عدد بر ۷ بخش پذیرند.

$$8n + 1 \equiv 0 \Rightarrow 8n \equiv -1 \Rightarrow 8n \equiv -8 \Rightarrow n \equiv -1 \Rightarrow n = 7k - 1$$

$$\xrightarrow{\text{کوچکترین مقدار } 3 \text{ رقمی}} n = 7(15) - 1 = 104 \text{ است. } 5 \text{ ارقام}$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم و سوم) (دشوار)

۷- گزینه «۴» -

$$3x - xy - 2y - 1 = 0 \Rightarrow 3x - y(x + 2) - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{3x - 1}{x + 2}$$

روش اول:

$$\begin{cases} x + 2 | 3x - 1 \\ x + 2 | x + 2 \end{cases} \Rightarrow x + 2 | 3x - 1 - 3(x + 2) \Rightarrow x + 2 | -7 \Rightarrow$$

۴ مقدار  $x + 2 = \pm 1$  یا  $\pm 7 \Rightarrow$

روش دوم: ریشه مخرج را در عبارت صورت قرار می‌دهیم تا باقیمانده تقسیم حاصل شود:

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 3(-2) - 1 = -7$$

مخرج را مساوی با مقسوم علیه‌های عدد حاصل قرار می‌دهیم:

۴ مقدار  $x + 2 = \pm 1$  یا  $\pm 7 \Rightarrow$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم) (آسان)

۸- گزینه «۴» - می‌دانیم در گراف  $r$  - منتظم مرتبه  $p$  رابطه  $rp = 2q$  برقرار است. همچنین

$$q = \frac{p(p-1)}{2} \quad \text{اندازه گراف کامل برابر است با:}$$

$$4p = 2q \Rightarrow q = 2p \quad (۱)$$

$$q + 12 = \frac{p(p-1)}{2} \xrightarrow{(۱)} 2p + 12 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p^2 - 5p - 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = 8 \\ p = -3 \end{cases}$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول) (متوسط)

۹- گزینه «۲» - طبق اصل لانه کبوتری اگر تعداد لانه‌ها را ۶ در نظر بگیریم (تمام حالات ممکن

در پرتاب تاس). اگر در هر لانه ۳ کبوتر قرار گیرد (تا این جا ۱۸ کبوتر) با اضافه شدن ۱۹

آمین کبوتر مطمئن می‌شویم لانه‌ای با ۴ کبوتر موجود است.

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس دوم) (آسان)

۱۰- گزینه «۱» - اگر  $x_1, x_2, x_3$  فرد باشند  $x_3$  نیز قطعاً فرد خواهد بود بنابراین:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 19 \Rightarrow (2k_1 + 1) + (2k_2 + 1) + (2k_3 + 1) = 19 \Rightarrow$$

$$k_1 + k_2 + k_3 = 8 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح نامنفی} = \binom{8+3-1}{3-1} = 45$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول) (دشوار)