

ریاضی

۱- گزینه «۳» -

$$a_n = n^2 + n - 1 \Rightarrow 1, 5, 11, 19, \dots \Rightarrow \text{عدد آخر هر دسته}$$

$$a + b + c = 1 + 1 - 1 = 1$$

(حاتمی) (پایه دهم - فصل اول - الگو) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -

$$\begin{aligned} 2x - 1 = 0 &\Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow R = 0 \Rightarrow P\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right)^4 + a\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \\ &\Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{a}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow a = 7 \end{aligned}$$

(حاتمی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - بخش پذیری) (آسان)

۳- گزینه «۳» -

$$10, 10, 8, 8, 8, 5, 7$$

$$\bar{x} = \frac{56}{7} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{(2)^2 + (2)^2 + (0)^2 + (0)^2 + (3)^2 + (1)^2}{7} = \frac{18}{7}$$

$$\sigma^2 = \frac{18}{7} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{18}{7}} = 3\sqrt{\frac{2}{7}}$$

$$C_v = \frac{\sigma}{x} = \frac{3\sqrt{\frac{2}{7}}}{8} = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{2}{7}}$$

(حاتمی) (پایه یازدهم - فصل هفتم - آمار) (آسان)

۴- گزینه «۴» - تعداد حالاتی که ۲ برادر کنار هم باشند برابر $2! \times 4!$ می‌باشد. بنابراین خواهیم داشت:

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{2! \times 4!}{5!} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 0.6$$

(حاتمی) (پایه دهم - فصل هفتم - شمارش) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - در روش سریع‌تر داریم:

$$a_3, a_7, a_{16}$$

$$q = \frac{16-7}{7-3} = \frac{9}{4} \Rightarrow [q] = \left[\frac{9}{4}\right] = 2$$

(حاتمی) (پایه دهم - فصل اول - دنباله حسابی و هندسی) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{\Delta}{x} = \frac{3x-4}{4} \Rightarrow 3x^2 - 4x = 20$$

$$3x^2 - 4x - 20 = 0 \Rightarrow x = \frac{10}{3} \text{ یا } -2 \Rightarrow x = \frac{10}{3} \text{ (ق ق)}$$

(حاتمی) (پایه یازدهم - فصل دوم - تالی) (آسان)

۷- گزینه «۳» - چون $\Delta > 0$ می‌باشد خواهیم داشت:

$$\sqrt{x'} + \sqrt{x''} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}, S = \frac{-b}{a} = 4, P = \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \sqrt{S + 2\sqrt{P}} =$$

$$\sqrt{4+2} = \sqrt{6}$$

(حاتمی) (پایه یازدهم - فصل اول - معادله درجه دوم) (متوسط)

۸- گزینه «۱» - اگر $M(x, y)$ باشد داریم: $AM = 2OM$

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-6)^2} = 2\sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 =$$

$$4x^2 + 4y^2 \Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 6x + 12y - 45 = 0 \xrightarrow{+3}$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y - 15 = 0$$

مکان هندسی نقاط M یک دایره می‌باشد که مرکز آن برابر است با:

$$\Rightarrow O(-1, -2)$$

(حاتمی) (پایه یازدهم و دوازدهم - ترکیبی - دایره) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - با فرض تغییر متغیر $2x^2 + 5x - 2 = t$ داریم:

$$\sqrt{t} - \sqrt{t-7} = 1 \Rightarrow \sqrt{t} = \sqrt{t-7} + 1 \Rightarrow t = t - 7 + 1 + 2\sqrt{t-7} \Rightarrow$$

$$2\sqrt{t-7} = 6 \Rightarrow \sqrt{t-7} = 3 \Rightarrow t-7 = 9 \Rightarrow t = 16 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 2 = 16 \Rightarrow$$

$$2x^2 + 5x - 18 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = x_1 + x_2 = \frac{-5}{2} = -2.5$$

(حاتمی) (پایه یازدهم - فصل اول - معادله گنگ) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» - تابع در بازه $(-4, 5)$ یک به یک و وارون‌پذیر بوده و طول بازه برابر $b - a = 9$ خواهد بود.

(حاتمی) (پایه یازدهم - فصل سوم - وارون‌پذیری) (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» - می‌بایستی نقطه $(\frac{-1}{2}, 2)$ در تابع $f(x)$ صدق کند که داریم:

$$(\frac{-1}{2}, 2) \in f \Rightarrow 2 = \sqrt{-1+a} + 2 \Rightarrow \sqrt{-1+a} = 0 \Rightarrow a = 1$$

(حاتمی) (پایه یازدهم - فصل سوم - وارون یک تابع) (آسان)

۱۲- گزینه «۱» - تابع انتقال داده شده برابر است با:

$$g(x) = (x-1)^2 + (x-1) - 2 = x^2 - 2x + 1 + x - 1 - 2 = x^2 - x - 2 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$$

(حاتمی) (پایه یازدهم - فصل اول - تابع) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» - می‌بایستی درجات صورت و مخرج یکسان بوده و داریم:

$$n = 3, L = \frac{f}{a} = 3 \Rightarrow 3a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$x \rightarrow +\infty$$

$$\Rightarrow 3a + n = 3\left(\frac{4}{3}\right) + 3 = 4 + 3 = 7$$

(حاتمی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس دوم - حد در بی‌نهایت) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» - با توجه به دستور مشتق در عامل صفر عمل می‌کنیم که داریم:

$$f'(3) = 1 \times \frac{\sqrt{3+1}}{3+2} = \frac{2}{5} = 0.4$$

(یعنی فقط از عامل صفر مشتق گرفته و در بقیه جملات ضرب نموده و حاصل مقدار عددی را

در $x = 3$ بدست می‌آوریم.)

(حاتمی) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق‌پذیری) (متوسط)

۱۵- گزینه «۲» -

$$f'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = (2x+2)(x^2+1) - (2x)(x^2+2x-3) = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مربع کامل}} (x-2)^2 - 4 - 1 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 5$$

$$\Rightarrow x - 2 = \sqrt{5}$$

با روش مربع کامل عمل کرده و فقط جذر مثبت را برای لگاریتم در نظر می‌گیریم که داریم:

$$\Rightarrow \log_5(x-2) = \log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2} \log_5 5 = \frac{1}{2} \log_5 (1) = \frac{1}{2}$$

(حاتمی) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - کاربرد مشتق) (متوسط)

۱۶- گزینه «۳» - می‌بایستی $f'(-2) = 0$ باشد که خواهیم داشت:

$$f'(x) = 1 + \frac{k}{x^2} = 0 \Rightarrow f'(-2) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{k}{4} = 0 \Rightarrow \frac{k}{4} = -1 \Rightarrow k = -4$$

(حاتمی) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - کاربرد مشتق) (آسان)

۱۷- گزینه «۳» - با تعیین نقاط بحرانی داریم:

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ یا } 1$$

بنابراین با مقایسه عرض‌ها به ماکزیمم 20 می‌رسیم:

$$\begin{cases} f(-3) = 9 \\ f(-2) = 20 \\ f(1) = -7 \\ f(2) = 4 \end{cases}$$

(حاتمی) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - کاربرد مشتق) (آسان)

۱۸- گزینه «۳» - می‌دانیم تمام خطوط قائم بر دایره همواره از مرکز دایره می‌گذرند که در دایره فوق نقطه $O(1, -2)$ می‌باشد و $\alpha + \beta = 1 - 2 = -1$ خواهد بود.

(حاتمی) (پایه دوازدهم - فصل ششم - دایره) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» - چون مبهم است داریم:

$$x = 2 \Rightarrow 2a + b = 0$$

$$H = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \frac{3}{\sqrt{2x-2}}}{a} = \frac{1 - \frac{3}{2}}{a} = \frac{\frac{1}{2}}{a} = \frac{1}{2a} \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$2a + b = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + b = 0 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow ab = -\frac{1}{2}$$

(حتمی) (پایه دوازدهم - فصل چهارم و پنجم - حد تابع) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» -

$$\log(x^2 - x - 6) = \log(x - 3)(x - 2) \Rightarrow x^2 - x - 6 = (x - 3)(x - 2) \Rightarrow x^2 - x - 6 = x^2 - 5x + 6 \Rightarrow 4x - 12 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 \cdot x + 2 \cdot 1 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow \log_2(x + 1) = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$$

(حتمی) (پایه یازدهم - فصل پنجم - لگاریتم) (متوسط)

۲۱- گزینه «۲» -

$$2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, 2b = 6 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow$$

$$c = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{\frac{1}{2}}\right)^2} = \sqrt{1 - 36} = \sqrt{-35} = \frac{\sqrt{35}}{i}$$

(حتمی) (پایه دوازدهم - فصل ششم - بیضی) (متوسط)

۲۲- گزینه «۴» - ضرب عددی و جمع یا تفاضل در تناوب تأثیری ندارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{2\pi} = \frac{2}{3}$$

(حتمی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - تناوب) (متوسط)

۲۳- گزینه «۲» - می‌دانیم $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$ و داریم:

$$1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 1 \Rightarrow \sin^2 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

(حتمی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - معادله مثلثاتی) (متوسط)

۲۴- گزینه «۴» - می‌دانیم $\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ بوده و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan^2 x}{\cos 2x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x) = 2 \Rightarrow a = 2$$

(حتمی) (پایه یازدهم - فصل ششم - پیوستگی تابع) (متوسط)

۲۵- گزینه «۴» - تنها در تابع گزینه «۴» به دلیل $k'(x) = 3x^2 + 1$ تابع اکیداً صعودی است.

(حتمی) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع یکپارچه) (متوسط)

۲۶- گزینه «۲» - جمع جبری داده‌ها در واریانس تأثیری نداشته ولی اگر داده‌های آماری را در

عدد k ضرب کنیم، واریانس جدید در k^2 ضرب خواهد شد داریم:

$$k = 2 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow 4 \times 7 = 28$$

(حتمی) (پایه یازدهم - فصل هفتم - آمار) (متوسط)

۲۷- گزینه «۳» - فضای نمونه‌ای جدید برای مجموع ۷ برابر است با:

$$B = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$$

$$P(A|B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(حتمی) (پایه یازدهم - فصل هفتم - احتمال شرطی) (آسان)

۲۸- گزینه «۳» - مینیمم $\frac{1}{xy}$ هنگامی است که (xy) ماکزیمم گردد، بنابراین داریم:

$$2x + y = 1 \Rightarrow 2x = 1 - y \Rightarrow x = \frac{1 - y}{2}, y = 1 \Rightarrow xy = \frac{1 - 1}{2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{xy} = \frac{2}{1 - 1} = \frac{2}{0} = \infty$$

می‌توانستیم از مشتق هم عمل کنیم که داریم:

$$2x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 2x \Rightarrow S = xy = x(1 - 2x) = x - 2x^2$$

$$S' = 0 \Rightarrow 1 - 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4} = \frac{\Delta}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

(حتمی) (پایه دوازدهم - فصل پنجم - کاربرد مشتق) (آسان)

۲۹- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + [x]}{x - 2} = \frac{2 + 1}{0^-} = \frac{3}{0^-} = -\infty$$

(حتمی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - حد بی‌نهایت) (متوسط)

۳۰- گزینه «۱» -

$$\sin \frac{16\pi}{3} = \sin\left(\frac{16\pi}{3} + \pi\right) = \sin\left(\frac{19\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{16\pi}{3} = \cos\left(\frac{16\pi}{3} + \pi\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \frac{16\pi}{3} = \tan\left(\frac{16\pi}{3} + \pi\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow A = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}} = -1 + \frac{1}{\sqrt{3}} = -1 + (\sqrt{3})^{-\frac{1}{2}}$$

با مقایسه $a + 2^b$ به مقادیر $a = -1, b = -\frac{1}{2}, a = -\frac{3}{2}$ می‌رسیم.

(حتمی) (پایه یازدهم - فصل دوم - مثلثات) (متوسط)