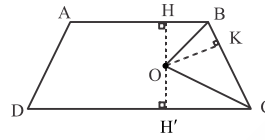


هندسه

۱- گزینه «۳» - نقطه O محل برخورد نیمسازهاست. پس فاصله O تا اضلاع زوایا یکسان است. یعنی:



$$OH = OH' = OK = \frac{HH'}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$S_{\Delta BOC} = \frac{1}{2}(BC)(OK) = \frac{1}{2}(8)(3) = 12$$

(یاقوتی) (پایه دهم - فصل سوم - درس دوم) (آسان)

۲- گزینه «۳» - مجموع زوایای داخلی n ضلعی محدب $(n-2) \times 180^\circ$ است و تعداد قطرهای

$$\frac{n(n-3)}{2} \text{ آن برابر است با:}$$

$$(n-2) \times 180 = 2 \times 120 + (n-2) \times 150 \Rightarrow (n-2) \times 30 = 240 \Rightarrow n = 10$$

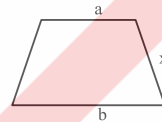
$$\text{تعداد قطرها} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{10 \times 7}{2} = 35$$

(یاقوتی) (پایه دهم - فصل سوم - درس دوم) (آسان)

۳- گزینه «۳» - ۱) در ۴ ضلعی محیطی مجموع اندازه‌های اضلاع مقابل هم مقداری یکسان

است. پس مجموع ۲ قاعده ۲ برابر ساقی دوزنقه است.

۲) در دوزنقه محیطی ارتفاع (قطر دایره محاطی) واسطه هندسی بین ۲ قاعده است.



$$b = 3a$$

$$2x = a + b \Rightarrow 2x = a + 3a \Rightarrow x = 2a$$

$$2R = \sqrt{ab} = \sqrt{a(3a)} = \sqrt{3}a \Rightarrow R = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow \frac{R}{x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس سوم) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

$$2A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ |A| & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A^{-1}| = 2 + |A|$$

$$\Rightarrow 4|A^{-1}| = 2 + |A| \xrightarrow{|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}} 4|A^{-1}| = 2 + |A|$$

$$4\left(\frac{1}{|A|}\right) = 2 + |A| \Rightarrow |A|^2 + 3|A| - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -4 \end{cases}$$

$$2A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = 2\left(\frac{1}{4}\right) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌ها} = \frac{1}{2}(1+1+3-1) = 2$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم) (دشوار)

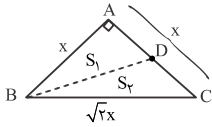
۵- گزینه «۳» - انتقال با بردار صفر یک تبدیل همانی است.

دوران با زاویه 360° یک تبدیل همانی است.

تجانس با نسبت $k=1$ یک تبدیل همانی است. تبدیل بازتاب هیچ‌گاه نمی‌تواند یک تبدیل همانی باشد.

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس اول) (آسان)

۶- گزینه «۲» - نیمساز نظیر هر رأس ضلع مقابل را به نسبت اضلاع زاویه‌اش جدا می‌کند.



$$AB = AC = x \Rightarrow BC = \sqrt{2}x$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

دو مثلث ΔADB و ΔBDC ارتفاع‌های مشترک دارند. بنابراین:

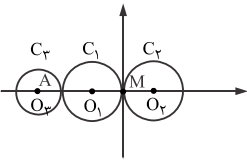
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AD}{DC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow S_2 = \sqrt{2}S_1$$

$$\frac{S_{\Delta BDC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{S_2}{S_1 + S_2} = \frac{\sqrt{2}S_1}{S_1 + \sqrt{2}S_1} = \frac{\sqrt{2}S_1}{(\sqrt{2}+1)S_1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$$

$$\frac{S_{\Delta BDC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2-1} = 2 - \sqrt{2}$$

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس سوم) (متوسط)

۷- گزینه «۱» -



$$C_2: x^2 + y^2 - 4x = 0 \Rightarrow O_2(2, 0) \quad R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{16+0-0} = 2$$

$$C_3: x^2 + y^2 + 10x + 24 = 0 \Rightarrow O_3(-5, 0) \quad R_3 = \frac{1}{2}\sqrt{100+0-96} = 1$$

با توجه به شکل و جایگاه دایره‌ها می‌توان گفت:

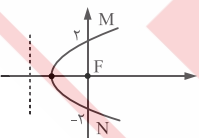
$$R_1 = \frac{AM}{2}$$

$$AM = O_2O_3 - R_2 - R_3 = 7 - 2 - 1 = 4 \Rightarrow R_1 = \frac{AM}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$C_1 \text{ مساحت دایره } \pi(2)^2 = 4\pi$$

(یاقوتی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس دوم) (متوسط)

۸- گزینه «۳» - کانون سهمی مبدأ مختصات است. بنابراین MN همان کوتاه‌ترین وتر کانون سهمی است و اندازه آن 4a است.



$$MN = 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

با توجه به مقدار a و مختصات کانون به صورت $F(0, 0)$ می‌توان گفت:

$$S(0-1, 0) \Rightarrow S(-1, 0)$$

$$\text{معادله خط هادی} \quad x = -1-1 \Rightarrow x = -2$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس سوم) (متوسط)

$$\vec{a}(1, m, 0), \vec{b}(m, 2, 1)$$

$$|\vec{a}'| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \Rightarrow 2 = \frac{m + 2m + 0}{\sqrt{m^2 + 4 + 1}} \Rightarrow 2\sqrt{m^2 + 5} = 3m \Rightarrow 4(m^2 + 5) = 9m^2$$

$$\Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m=2 \Rightarrow \vec{a}(1, 2, 0), \vec{b}(2, 2, 1) \\ m=-2 \Rightarrow \vec{a}(1, -2, 0), \vec{b}(-2, 2, 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{a} - \vec{b} = (-1, 0, -1) \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2} \\ \vec{a} - \vec{b} = (3, -4, -1) \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{26} \end{cases}$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس دوم) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» -

$$\vec{a}(-2, 2, 1) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$$

بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ قطرهای متوازی الاضلاع به اضلاع $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هستند و چون

اندازه‌های آن‌ها برابر است می‌توان گفت متوازی الاضلاع حاصل مستطیل است و $\vec{a} \perp \vec{b}$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = 3\sqrt{2} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = 18 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 18$$

$$\Rightarrow 9 + |\vec{b}|^2 = 18 \Rightarrow |\vec{b}| = 3$$

(یاقوتی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول) (متوسط)