

ریاضی و آمار ۱

۱- گزینه «۲» - چون $x = 5$ جواب معادله است پس در معادله صدق می‌کند:

$$x = 5 \Rightarrow \frac{x+2}{3} - 3 = mx + 1 \Rightarrow \frac{5+2}{3} - 3 = 5m + 1 \Rightarrow \frac{7}{3} - 3 = 5m + 1 \Rightarrow 5m = \frac{7}{3} - 3 - 1 \Rightarrow 5m = \frac{7}{3} - 4$$

$$5m = \frac{7-12}{3} \Rightarrow 5m = -\frac{5}{3} \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

(اکبری) (فصل اول - درس اول - معادله و مسائل توصیفی) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - از اتحاد جمله مشترک داریم:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (\overset{\text{حاصل جمع}}{a+b})x + \overset{\text{حاصل ضرب}}{ab}$$

آن دو عدد ۳ و ۵ می‌باشند $\Rightarrow -2 = \text{مجموع}$ ، $-15 = \text{حاصل ضرب}$ $\Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$

$$(x-5)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 5, x = -3$$

$$5 + (-3) = 2$$

(اکبری) (فصل اول - درس دوم - حل معادله درجه ۲ و کاربردها) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - مناسب‌ترین روش برای حل این معادله، استفاده از روش دلتا می‌باشد. بنابراین ابتدا دلتا را به دست می‌آوریم:

$$3x^2 - 2x - 5 = 0 \Rightarrow a = 3, b = -2, c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)(-5) = 64$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+2 + \sqrt{64}}{2(3)} = \frac{2+8}{6} = \frac{10}{6} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+2 - \sqrt{64}}{2(3)} = \frac{2-8}{6} = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{ریشه کوچک تر} = -1$$

(اکبری) (فصل اول - درس دوم - حل معادله درجه ۲ و کاربردها) (دشوار)

۴- گزینه «۱» - تعداد اولیه افراد را x در نظر می‌گیریم. بنابراین در حالت دوم $x-1$ نفر خواهیم داشت. در حالت اول به هر شخص $\frac{1}{x}$ کیک و در

حالت دوم $\frac{1}{x-1}$ کیک می‌رسد. چون در حالت دوم $\frac{1}{6}$ کیک بیشتر از دفعه قبل به هر شخص رسیده، بنابراین داریم:

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک گیری}} \frac{x - (x-1)}{x(x-1)} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x-x+1}{x(x-1)} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow x(x-1) = 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0$$

تعداد نفرات نمی‌تواند منفی باشد. $x = -2$ * $x = 3$ ✓

$$\text{تعداد نفرات جدید} = 3 - 1 = 2$$

(اکبری) (فصل اول - درس سوم - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (دشوار)

۵- گزینه «۱» - یک رابطه به صورت نمایش زوج مرتبی، در صورتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه‌های اول برابر در آن وجود

نداشته باشد. اگر مؤلفه‌های اول برابر بودند، مؤلفه‌های دوم نیز باید با هم برابر باشند. در رابطه f داده شده داریم:

$$\left. \begin{cases} (2, a-b) \Rightarrow a-b = -2 \\ (2, -2) \\ (4, a+b) \Rightarrow a+b = 0 \\ (4, 0) \end{cases} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = -1$$

(اکبری) (فصل دوم - درس اول - مفهوم تابع) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - در اینجا دامنه تابع $\{-1, -2, -5\}$ می‌باشد برای به دست آوردن برد آن این مقادیر را در تابع f جایگذاری می‌کنیم:

$$-1: \sqrt{-x-1} + 2 = \sqrt{-(-1)-1} + 2 = 2$$

$$-2: \sqrt{-(-2)-1} + 2 = 3$$

$$-5: \sqrt{-(-5)-1} + 2 = 4$$

$$B = \{2, 3, 4\}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس دوم - ضابطه جبری تابع) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - با توجه به این که نقاط $(1, -1)$, $(2, -2)$, $(3, -3)$, $(-1, 1)$, $(-2, 2)$, $(-3, 3)$ در نمودار صدق می کنند نتیجه می گیریم که این تابع به ازای هر x ، قرینه آن را می دهد. بنابراین ضابطه این نمودار $f(x) = -x$ می باشد.
(اکبری) (فصل دوم - درس دوم - ضابطه جبری تابع) (آسان)

۸- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} f(0) = -1 \Rightarrow (0, -1) \\ f(-1) = 2 \Rightarrow (-1, 2) \end{cases} \Rightarrow \text{شیب } m = \frac{2 - (-1)}{-1 - 0} = \frac{3}{-1} = -3$$

معادله خط با شیب -3 که از یکی از نقاط بالا می گذرد را به دست می آوریم:

$$f(x) = y = mx + h \Rightarrow -1 = -3(0) + h \Rightarrow h = -1$$

$$\begin{cases} m = -3 \\ h = -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -3x - 1$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - نمودار تابع خطی) (متوسط)

۹- گزینه «۱» - هر تابع به صورت $y = f(x)$ که در آن $y = mx + h$ ، یک تابع خطی نامیده می شود که m شیب خط و h عرض از مبدأ آن است.

$$\begin{cases} m = -4 \\ (-1, 1) \end{cases} \xrightarrow{\text{در معادله خط جایگذاری می کنیم.}} y = mx + h \Rightarrow 1 = -4(-1) + h \Rightarrow h = -3$$

برای به دست آوردن $f(2)$ در خط مقابل به جای x ، عدد 2 قرار می دهیم.

$$y = -4x - 3 \Rightarrow y = -4(2) - 3 = -11$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - نمودار تابع خطی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - در تابع خطی به صورت $y = mx + h$ ، h محل تقاطع نمودار با محور y ها را نشان می دهد به عبارت دیگر h عرض از مبدأ نمودار تابع خطی نامیده می شود.

$$y = -2x + 4 \Rightarrow h = 4$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - نمودار تابع خطی) (آسان)