هندسه ۱

۱- گزینه «۴» ـ (فیروزی) (فصل اول ـ استدلال ـ ترسیم) (آسان)

۲- گزینه «۳» ـ

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{A}+\widehat{B}=۲\widehat{C} \Rightarrow \widehat{C}=\dfrac{\widehat{A}+\widehat{B}}{۲} \\ \Rightarrow \text{ فرض }: \widehat{B}<\widehat{C}\end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{B}<\widehat{C}<\widehat{A}$$

پس طبق قضیه ضلع برتر داریم:

$$b<c<a$$

(کتاب همراه علوی) (فصل اول ـ درس دوم ـ نامساوی در مثلث) (دشوار)

۳- گزینه «۴» ـ هر سه کسر را برابر مقداری ثابت قرار می‌دهیم:

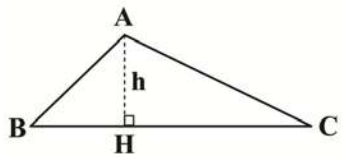
$$\frac{\widehat{B}}{۳}=\frac{\widehat{C}}{۲}=\frac{\widehat{A}}{۱}=K \Rightarrow \widehat{B}=۳\widehat{K}\,,\widehat{C}=۲\widehat{K}\,,\widehat{A}=K$$

$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۶K=۱۸۰^\circ \Rightarrow K=۳۰^\circ \Rightarrow \widehat{B}=۹۰^\circ$$

پس مثلث در رأس B قائمه است و می‌دانیم ارتفاع‌های مثلث قائم‌الزاویه روی رأس قائمه آن همرس‌اند.

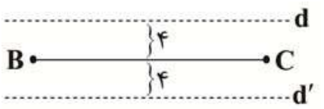
(کتاب همراه علوی) (فصل اول ـ درس دوم ـ استدلال استنتاجی) (آسان)

۴- گزینه «۲» ـ مساحت مثلث برابر نصف حاصل‌ضرب ارتفاع در قاعده است:



$$S=\frac{۱}{۲}h\times BC \Rightarrow ۸=\frac{۱}{۲}\times h\times ۴ \Rightarrow h=۴$$

فاصله رأس A تا قاعده BC برابر ۴ است، پس طبق شکل روبه‌رو، اگر رأس A روی دو خط d' و d که موازی BC و به فاصله ۴ از آن است قــرار بگیرد، آن‌گاه مساحت مثلث ABC برابر با ۸ است.



(فیروزی) (فصل اول ـ درس اول ـ ترسیم) (دشوار)

۵- گزینه «۱» ـ

$$\frac{۳a+۱۰}{۱۰+۲a}=\frac{۳b+۷}{۷+۲b} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{a}{۱۰+۲a}=\frac{b}{۷+۲b}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} a(۷+۲b)=b(۱۰+۲a) \Rightarrow ۷a+۲ab=۱۰b+۲ab \Rightarrow ۷a=۱۰b \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{۱۰}{۷}$$

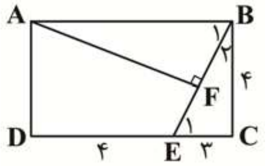
(فیروزی) (فصل دوم ـ درس اول ـ ویژگی تناسب‌ها) (متوسط)

۶- گزینه «۳» ـ چون $BFED$ لوزی است، پس $DE=EF=BF=DB=x$ چون $DE \parallel BC$، پس طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{۱۲}{۱۲+x}=\frac{x}{x+۹} \Rightarrow ۱۲x+x^۲=۱۲x+۱۲\times ۹ \Rightarrow x^۲=۱۲\times ۹ \Rightarrow x=۶\sqrt{۳}$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس دوم ـ تالس) (متوسط)

۷- گزینه «۳» ـ در شکل مقابل زاویه‌های $B_۱$ و $E_۱$ هر دو متمم $B_۲$ هستند، پس برابرند. پس دو مثلث قائم‌الزاویه ABF و BEC متشابه‌انـد (زز) پس داریم:



$$\frac{AB}{BE}=\frac{BF}{EC}\quad (۱)$$

از طرف دیگر، بنابر قضیه فیثاغورث در مثلث BCE داریم:

$$BE^۲=BC^۲+EC^۲=۲۵\ \Rightarrow\ BE=۵$$

پس طبق رابطه (۱) داریم:

$$\frac{۷}{۵}=\frac{۵-EF}{۳}\ \Rightarrow\ ۲۱=۲۵-۵EF\ \Rightarrow\ ۴=۵EF\ \Rightarrow\ EF=۰/۸$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه) (دشوار)

۸- گزینه «۴» ـ

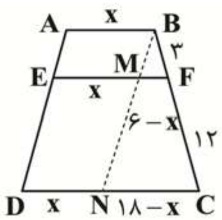
فرض: $S_{BDE}=\frac{۱}{۳}S_{ACDE}\ \Rightarrow\ ۳S_{BDE}=S_{ACDE}\ \Rightarrow\ S_{ABC}=۴S_{BED}\ \Rightarrow\ \frac{S_{ABC}}{S_{BED}}=۴\quad (۱)$

از طرفی دو مثلث ABC و BDE به حالت (زز) متشابه‌اند. پس: طبق رابطه (۱)، $k^۲=۴$ بنابراین $k=۲$. دراین‌صورت:

$$\frac{AC}{DE}=۲\ \Rightarrow\ \frac{AC}{\sqrt{۲}}=۲\ \Rightarrow\ AC=۲\sqrt{۲}$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس چهارم ـ کاربرد تشابه) (متوسط)

۹- گزینه «۳» ـ از B خطی موازی AD رسم می‌کنیم و فرض می‌کنیم پاره‌خط‌های EF و CD را در M و N قطع کنند. در این صـورت ABME و EMND متوازی‌الاضلاع‌اند و چون در متوازی‌الاضلاع ضلع‌های روبه‌رو برابرند، پس:



$$DN=EM=AB=x$$

در نتیجه:

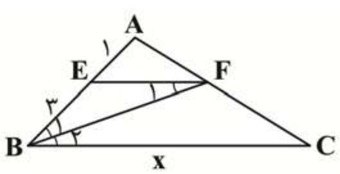
$$MF=EF-EM=۶-x$$
$$NC=DC-DN=۱۸-x$$

با توجه به تعمیم قضیه تالس در مثلث BNC داریم:

$$\frac{MF}{NC}=\frac{BF}{BC}\ \Rightarrow\ \frac{۶-x}{۱۸-x}=\frac{BF}{BF+FC}=\frac{BF}{BC}=\frac{۳}{۱۵}=\frac{۱}{۵}\ \Rightarrow\ ۳۰-۵x=۱۸-x\ \Rightarrow\ ۴x=۱۲\ \Rightarrow\ x=۳$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس دوم ـ تالس) (دشوار)

۱۰- گزینه «۲» ـ



$$\left.\begin{array}{l} EF\parallel BC\,,\ \text{مورب}\ EF\ \Rightarrow\ \hat{B}_۲=\hat{F}_۱ \\ \text{نیمساز}\ BF\ \Rightarrow\ \hat{B}_۱=\hat{B}_۲ \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$\hat{B}_۱=\hat{F}_۱\ \Rightarrow$ مثلث EFB متساوی‌الساقین است $\Rightarrow\ EF=EB$

حال طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}\ \Rightarrow\ \frac{۱}{۴}=\frac{۳}{x}\ \Rightarrow\ x=۱۲$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس دوم ـ تالس) (متوسط)