

## ریاضی ۱

۱- گزینه «۲» - عدد ۳ باید در نامساوی  $3 < 9x < 3 - x$  صدق کند، پس:

$$\begin{cases} x - 3 \leq 3 \Rightarrow x \leq 6 \\ 3 < 9x \Rightarrow x > \frac{1}{3} \end{cases} \xrightarrow{\cap} x \in \left(\frac{1}{3}, 6\right]$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس اول - بازه‌ها)

۲- گزینه «۴» - تنها گزاره «آ» درست است. (رستمی کیا) (فصل اول - درس اول - مجموعه‌های متناهی و نامتناهی)

۳- گزینه «۳» -

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) = x + 1 + x + 4 - 2n(A \cap B) = 4x + 1 \Rightarrow n(A \cap B) = -x + 2$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = x + 1 - (-x + 2) = 2x - 1$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس دوم - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه)

۴- گزینه «۱» -

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 5 \xrightarrow{\times q^5} \underbrace{a_1 q^5}_{a_6} + \underbrace{a_2 q^5}_{a_5} + \dots + \underbrace{a_6 q^5}_{a_1} = 5q^5$$

$$\Rightarrow a_6 + a_5 + \dots + a_1 = 5q^5 \Rightarrow 160 = 5q^5 \Rightarrow q^5 = 32 \Rightarrow q = 2$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس چهارم - دنباله هندسی)

۵- گزینه «۱» -

$$a_7, 2a_8, a_8 \Rightarrow aq, 2aq^2, aq^3$$

$$= \frac{aq + aq^3}{2} = 2aq^2 \Rightarrow aq + aq^3 = 4aq^2 \xrightarrow{+aq} 1 + q^2 = 4q$$

$$\Rightarrow q^2 - 4q + 1 = 0 \xrightarrow{q^2=t} t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm \sqrt{3} \Rightarrow q^2 = 2 + \sqrt{3}$$

$$\frac{aq^3}{aq} = q^2 = (q^2)^2 = (2 + \sqrt{3})^2 = 4 + 3 + 4\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس چهارم - دنباله هندسی)

۶- گزینه «۲» - دنباله داده شده یک دنباله حسابی است و داریم:

$$\begin{cases} a_1 = -41 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow a_n = -41 + (n-1)3 = -44 + 3n$$

$$a_n < 0 \Rightarrow -44 + 3n < 0 \Rightarrow n < 14/3 \Rightarrow n = 14$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس چهارم - دنباله هندسی)

۷- گزینه «۲» -

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \Rightarrow 4 + 4 \sin x = 1 - \sin x \Rightarrow \sin x = \frac{-3}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos x = \frac{-4}{5} \Rightarrow \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{3}{4}$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی)

۸- گزینه «۴» - عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$(\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ) \left( \frac{1 + \cot^2 15^\circ}{\cot^2 15^\circ} \right) + \tan^2 15^\circ = (\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ)(\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ) \times \frac{1}{\cos^2 15^\circ} + \tan^2 15^\circ$$

$$= 1 - \frac{\sin^2 15^\circ}{\cos^2 15^\circ} + \tan^2 15^\circ = 1$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی)

۹- گزینه «۴» - پایه هر دو عدد توان‌دار را یکسان می‌کنیم:

$$3^{2x} = (3^4)^{(2x-3)} \Rightarrow 3^{2x} = 3^{8x-12} \Rightarrow 2x = 8x-12 \Rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-6) = 0 \Rightarrow x = 6, 2$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس اول - معادله درجه دوم)

۱۰- گزینه «۴» -

$$\sqrt[9]{2^3 \sqrt{8}} = \sqrt[9]{2^3 \sqrt{2^3}} = \sqrt[9]{2^3 \times 2^3} = \sqrt[9]{2^6} = 2^{6/9} = 2^{2/3}$$

$$(\sqrt[9]{2^3})^3 = \sqrt[3]{2^3} = 2^{3/3} = 2 \Rightarrow 2^{2/3} + 2^{2/3} - 2^{2/3} - 2^{2/3} = 0$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - توان‌های گویا)

۱۱- گزینه «۱» -

$$A + B = \frac{\Delta \pi}{\epsilon} \Rightarrow C = \pi - \frac{\Delta \pi}{\epsilon} = \frac{\pi}{\epsilon} \Rightarrow S = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \frac{1}{\epsilon} = 12$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی)

۱۲- گزینه «۴» -

$$x^2 - 26x^2 + 25 = \frac{x^2 = A}{A^2 - 26A + 25 = 0} \Rightarrow \Delta = (-26)^2 - 4(1)(25) = 576$$

$$A = \frac{26 \pm 24}{2} = \begin{cases} 25 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 25 = x^2 \\ 1 = x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5, -5 \\ x = 1, -1 \end{cases}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس اول - معادله درجه دوم)

۱۳- گزینه «۳» -

$$7 + 4\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^2 \Rightarrow \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = |2 + \sqrt{3}| = 2 + \sqrt{3}$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - توان‌های گویا)

۱۴- گزینه «۱» -

$$x^{-1} = \frac{1}{x} = \frac{1}{1 - \sqrt{2}} \times \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - 2} = -\sqrt{2} - 1$$

$$(x + x^{-1})^{\frac{1}{2}} = (1 - \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2})^{\frac{1}{2}} = (-2\sqrt{2})^{\frac{1}{2}} = (-2 \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = (-2^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{2}$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - توان‌های گویا)

۱۵- گزینه «۴» -

$$x = \sqrt{3} + \sqrt{2} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} x^2 = 3 + 2 + 2\sqrt{6} = 5 + 2\sqrt{6}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس اول - معادله درجه دوم)

۱۶- گزینه «۳» - ابتدا عبارت داده شده را بر  $\cos x$  تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sin x - \cos x}{\cos x - \cos x} = \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1}$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی)

۱۷- گزینه «۴» -

$$m = \text{شیب خط} = \frac{\cos x - \sin x}{2 - 1} = \cos x - \sin x = \frac{+1}{2}$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{شیب را برابر } \cos x} 1 - \tan x = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{\cos x} = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{6}$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس دوم - شیب خط)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\left(\frac{1}{3}x + 1\right)\left(\frac{1}{4}x + 1\right) = 20 \Rightarrow \frac{x^2 + 7x + 12}{12} = 20 \Rightarrow x^2 + 7x + 12 = 240 \Rightarrow x^2 + 7x - 228 = 0 \Rightarrow \Delta = 961 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm 31}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -19 * \text{طبیعی نیست} \\ x = 12 \checkmark \end{cases}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس اول - معادله درجه دوم)

۱۹- گزینه «۱» -

$$\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi \Rightarrow -1 < \tan \alpha < 0 \Rightarrow -1 < \frac{3}{m-2} < 0$$

جای‌گذاری از گزینه‌ها به جای m:

$$m = 0 \Rightarrow -1 < \frac{-3}{2} < 0 \Rightarrow \text{گزینه «۲» و «۳» غلط}$$

$$m = -2 \Rightarrow -1 < \frac{-3}{4} < 0 \Rightarrow \text{گزینه «۱» درست}$$

(سراسری ۹۵ - با تغییر) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی)

۲۰- گزینه «۲» -

$$S = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 30^\circ = 24 \Rightarrow \frac{\text{محیط}}{S} = \frac{25}{24}$$
$$\text{محیط} = 8 + 12 + 5 = 25$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی)