

# ریاضی ۱

۱- گزینه «۳» -

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B' = U - B \Rightarrow B' = \{1, 2, \dots, 9\} - \{4, 5, 6, 7\} = \{1, 2, 3, 8, 9\}$$

$$B' - A = \{1, 2, 3, 8, 9\} - \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{8, 9\}$$

$$(B' - A)' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

(حسینی) (فصل ۱ - درس ۱ و ۲ - متمم مجموعه - الگو و دنباله‌ها) (متوسط)

۲- گزینه «۲» -

$$\begin{cases} a_1 + 4d = 23 \\ a_1 + 9d = 43 \end{cases} \Rightarrow \Delta d = 20 \Rightarrow d = 4$$

$$a_1 + 4 \times 4 = 23 \Rightarrow a_1 = 7$$

$$7, 11, 15, \dots \Rightarrow \text{مجموع ۳ جمله اول} = 7 + 11 + 15 = 33$$

(حسینی) (فصل ۱ - درس ۳ - الگوهای خطی و حسابی) (آسان)

۳- گزینه «۳» -

$$1 + 2 + 3 + \dots + 365 = \frac{365 \times 366}{2} = 66795$$

برای محاسبه حاصل عبارت بالا (با توجه به گزینه‌ها)، کافی است یکان دو عدد را در هم

ضرب و بر ۲ تقسیم کرده ( $\frac{5 \times 6}{2} = 15$ ) و گزینه ۳ را انتخاب کنیم. (تنها گزینه‌ای که یکان

۵ دارد، گزینه ۳ است.)

(حسینی) (فصل ۱ - درس ۳ - الگوهای خطی و غیرخطی - الگو و دنباله‌ها) (آسان)

۴- گزینه «۱» -

$$\begin{aligned} a_1 \times a_3 \times a_5 \times a_7 \times a_9 &= 1^1 \times 1^3 \times 1^5 \times 1^7 \times 1^9 = 1^{1+3+5+7+9} \\ &= 1^{25} = 1^{2 \times 12 + 1} = (1^2)^{12} \times 1 = 1^{12/5} = 1^{12/5} \end{aligned}$$

(حسینی) (فصل ۱ - درس ۴ - الگو و دنباله‌ها) (آسان)

۵- گزینه «۴» -

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sin 30^\circ \times (\cos 45^\circ)^2}{\tan^2 30^\circ \times \cos^2 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}} = 1$$

(اکرامی طلب) (فصل ۲ - درس ۱ - مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۶- گزینه «۲» -

$$\theta = 180^\circ - (70^\circ + 80^\circ) = 30^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

(اکرامی طلب) (فصل ۲ - درس ۱ - مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۷- گزینه «۳» -

$$\frac{\cos x (1 - \cos^2 x) (1 + \cos x) \left( \frac{\sin x}{\cos x} - \sin x \right)}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{\cos x \times \sin^2 x \times (1 + \cos x) \times \sin x \times \left( \frac{1 - \cos x}{\cos x} \right)}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{\cancel{\cos x} \times \sin^2 x \times (1 + \cos x) \times \cancel{\sin x} \times \left( \frac{1 - \cos x}{\cos x} \right)}{\cancel{\sin^2 x}} = \frac{\sin^2 x \times \sin^2 x}{\sin^2 x} = 1$$

(حسینی) (فصل ۲ - درس ۳ - مثلثات - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (دشوار)

۸- گزینه «۳» -

$$\begin{aligned} \frac{A^x - B^x}{A^x + B^x} &= \frac{(\sin x - \cos x)^x - (\sin x + \cos x)^x}{(\sin x - \cos x)^x + (\sin x + \cos x)^x} \\ &= \frac{\overbrace{(\sin^x x + \cos^x x - 2 \sin x \cos x)} - \overbrace{(\sin^x x + \cos^x x + 2 \sin x \cos x)}}{\overbrace{(\sin^x x + \cos^x x - 2 \sin x \cos x)} + \overbrace{(\sin^x x + \cos^x x + 2 \sin x \cos x)}} \\ &= \frac{-4 \sin x \cos x}{2} = -2 \sin x \cos x \end{aligned}$$

از طرفی:

$$\begin{aligned} A^x - 1 &= (\sin x - \cos x)^x - 1 = \sin^x x + \cos^x x - 2 \sin x \cos x - 1 = -2 \sin x \cos x \\ \text{(حسینی) (فصل ۲ - درس ۳ - مثلثات - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (دشوار)} \\ & \quad \text{۹- گزینه «۱» -} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 1 - \sin^2 25^\circ = \cos^2 25^\circ = \sin^2 65^\circ \\ \sin 50^\circ = \cos 40^\circ \\ \sin 25^\circ = \cos 65^\circ \end{cases} \Rightarrow A = \frac{\sin^2 75^\circ \times 2 \cos 40^\circ \cos 65^\circ}{\sin^2 75^\circ \times \cos 65^\circ \times \cos 40^\circ} = 2$$

با توجه به این که  $\sin 90^\circ = 1$  است گزینه «۱» صحیح است.

(اکرامی طلب) (فصل ۲ - درس ۳ - مثلثات - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

$$\begin{aligned} x \sqrt{x} &= \left( \left( \left( (16)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{2x} &= \frac{1}{(2^4)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2^2} \Rightarrow x = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

(حسینی) (فصل ۳ - درس ۳ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - توان‌های گویا) (آسان)

۱۱- گزینه «۱» -

$$\begin{aligned} ((x+1)\sqrt{x})^{\frac{1}{2}} &= 4\sqrt{x} \\ x+1 &= 4\sqrt{x} \Rightarrow x = 4\sqrt{x} - 1 = (2^2)\sqrt{x} - 1 = 2\sqrt{x} - 1 = 2\sqrt{x} - 1 \end{aligned}$$

(اکرامی طلب) (فصل ۳ - درس ۳ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - توان‌های گویا) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» - ابتدا مخرج کسرها را گویا می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} &= \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \\ \frac{2}{\sqrt{x}+1} \times \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} &= \frac{2\sqrt{x}-2}{x-1} \\ \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3}{x-1} &= \frac{\sqrt{x}+1+2\sqrt{x}-2+3}{x-1} = \frac{3\sqrt{x}+2}{x-1} \end{aligned}$$

(اکرامی طلب) (فصل ۳ - درس ۴ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - عبارت‌های جبری و گویا کردن مخرج کسر) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» -

$$A = \frac{x^{\frac{1}{2}} (x-1)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{3 \times (x+1)}{6} = \frac{3x^{\frac{1}{2}}}{6} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{2}$$

(اکرامی طلب) (فصل ۳ - درس ۴ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - عبارت‌های جبری) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» - مخرج کسر را گویا می‌کنیم. (به کمک اتحاد چاق و لاغر)

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{x}+1}{2-1} = \sqrt{x}+\sqrt{x}+1$$

$$\begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 7$$

(اکرامی طلب) (فصل ۳ - درس ۴ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - عبارت‌های جبری و گویا کردن مخرج کسر) (آسان)

۱۵- گزینه «۴» -

$$x^2 + 6x + 4 = -3x^2 + 5 + 6x$$

$$x^2 + 3x^2 = 5 - 4 \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

(اکرامی طلب) (فصل ۴ - درس ۱ - حل معادله درجه دوم به روش ریشه‌گیری) (تجزیه) (آسان)



۱۶- گزینه «۳» - با توجه به این که  $x = 1$  یکی از ریشه‌های معادله است پس در معادله صدق می‌کند.

$$\xrightarrow{x=1} 1^3 + a^2(1)^2 - 3a(1) + 1 = 0$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a-2)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=1 \end{cases}$$

(حسینی) (فصل ۴ - درس ۱ - حل معادله درجه دوم به روش تجزیه) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» -

$$x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = -4 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 - 9 = -4$$

$$x^2 - 6x + 9 = 9 - 4 \Rightarrow y = 5$$

$$(x-3)^2 = 5 \Rightarrow x-3 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{5} \Rightarrow y' = \sqrt{5} \Rightarrow y + y' = 9 + \sqrt{5}$$

(اکرامی طلب) (فصل ۴ - درس ۱ - معادله‌ها و نا معادله‌ها - حل معادله به روش مربع کامل) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» - ریشه هر معادله در آن معادله صدق می‌کند بنابراین:

$$3\alpha^2 + \alpha = 2$$

$$3\alpha^2 + \alpha + 2 = 4$$

(حسینی) (فصل ۴ - درس ۱ - معادله‌ها و نا معادله‌ها - معادله درجه دوم) (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» - راه حل اول:

$$2x^2 + x - 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(2)(-5) = 41$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4} \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{41}}{4} \end{cases}$$

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-1 + \sqrt{41} - 1 - \sqrt{41}}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

راه حل دوم:

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-1}{2}$$

(اکرامی طلب) (فصل ۴ - درس ۱ - معادله‌ها و نا معادله‌ها - حل معادله درجه دوم به روش کلی  $\Delta$ ) (آسان)

۲۰- گزینه «۳» -

$$\text{عدد فرد متوالی} \Rightarrow 2n+1, 2n+3, 2n+5$$

$$(2n+1)(2n+3) = 195 \Rightarrow 4n^2 + 8n + 3 = 195$$

$$4n^2 + 8n - 192 = 0 \xrightarrow{\div 4} n^2 + 2n - 48 = 0$$

$$n = 6$$

$$(n-6)(n+8) = 0 \Rightarrow \text{یا}$$

$$n = -8 \text{ ق ق غ}$$

$$n = 6 \Rightarrow (2n+1) + (2n+3) = 13 + 15 = 28$$

(حسینی) (فصل ۴ - درس ۱ - معادله‌ها و نا معادله‌ها - معادله درجه دوم) (دشوار)