

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - در صورت مسئله از «یا» استفاده شده است و قید شده که فقط یکی از این گل‌ها می‌تواند انتخاب شود. بنابراین از اصل جمع استفاده می‌کنیم:

$$۹ = ۳ + ۲ + ۴ = \text{تعداد انتخاب‌ها}$$

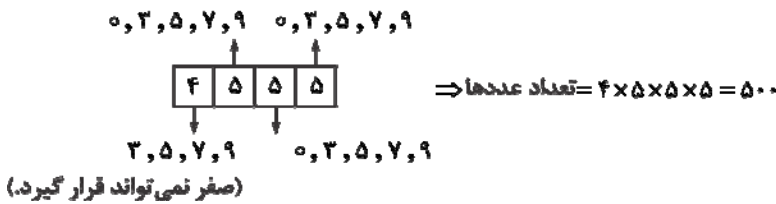
(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - شمارش - اصل جمع)

۲- گزینه «۱» - برای هر سکه دو حالت وجود دارد. «رو» یا «پشت» برای دو سکه تعداد حالت‌ها برابر $۲^۲ = ۴$ می‌باشد. در تاس اعداد زوج عبارتند از: ۲، ۴ که تعداد آن‌ها ۳ تا است. چون دو تاس داریم پس ۶ حالت وجود دارد. بنابراین طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها عبارت است از:

$$۶ \times ۴ = ۲۴$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - شمارش - اصل ضرب)

۳- گزینه «۴» - چون تکرار ارقام مجاز است:



(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - شمارش - جایگشت)

۴- گزینه «۳» - در انتخاب ۳ دانش‌آموز جابه‌جایی آن‌ها با هم مهم نیست بنابراین از ترکیب استفاده می‌کنیم. چون تعداد کل دانش‌آموزان برابر ۷ می‌باشد پس ۳ دانش‌آموز را از ۷ دانش‌آموز انتخاب می‌کنیم:

$$\text{تعداد حالت‌ها} = \binom{۷}{۳} = \frac{۷!}{۴! \times ۳!} = \frac{۷ \times \cancel{۶} \times ۵ \times \cancel{۴}}{۴! \times ۳} = ۳۵$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - شمارش - ترکیب)

۵- گزینه «۱» - عضوهای ۷ و ۵ را از مجموعه حذف می‌کنیم. $A = \{۳, ۶, ۸, ۹, ۱\}$ که ۵ عضو دارد. بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی برابر است با:

$$\binom{۵}{۴} = \frac{۵!}{۴! \times ۱!} = ۵$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - شمارش - ترکیب)

۶- گزینه «۳» - حداکثر ۲ فرزند دختر باشد یعنی بیشتر از ۲ فرزند دختر نباشد بنابراین یا دو فرزند دختر است یا یک فرزند دختر است یا فرزند دختر نباشد:

$$\binom{۳}{۲} + \binom{۳}{۱} + \binom{۳}{۰} = \frac{۳!}{۲! \times ۱!} + \frac{۳!}{۱! \times ۲!} + \frac{۳!}{۳! \times ۰!} = ۳ + ۳ + ۱ = ۷$$

یا به عبارت دیگر با نوشتن پیشامدها می‌توان به جواب رسید:

$$n(A) = ۷ \Rightarrow \{(د, د, د), (د, د, پ), (د, پ, د), (د, پ, پ), (پ, د, د), (پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, پ, پ)\}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال - پیشامد)

۷- گزینه «۲» - به هریک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی، برآمد می‌گوییم. بنابراین مورد «الف» نادرست است. هرگاه A و B دو پیشامد از فضای نمونه باشند و $A \cap B = \emptyset$ باشد در این صورت A و B ناسازگارند. بنابراین مورد «ب» نیز نادرست است. مورد «پ» طبق صفحه ۱۷ کتاب درسی درست است. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال - اعمال روی پیشامدها)

۸- گزینه «۴» -

$$۴ + ۳ = ۷ \Rightarrow n(S) = \binom{۷}{۳} = \frac{۷!}{۴! \times ۳!} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴!}{۴! \times ۳} \Rightarrow n(s) = ۳۵$$

ابتدا احتمال این را به دست می‌آوریم که خودکارها هم‌رنگ باشند، سپس از احتمال متمم استفاده می‌کنیم. هم‌رنگ باشند یعنی هر سه خودکار قرمز یا هر سه خودکار آبی باشد:

$$n(A) = \binom{۴}{۳} + \binom{۳}{۳} = ۴ + ۱ = ۵$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۵}{۳۵} = \frac{۱}{۷} \Rightarrow P(A') = ۱ - P(A) \Rightarrow P(A') = ۱ - \frac{۱}{۷} = \frac{۶}{۷}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۹- گزینه «۱» - حداقل ۲ معلم ریاضی یعنی، ۲ معلم ریاضی یا بیشتر داشته باشیم:

$$n(S) = \binom{9}{2} = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 6} = 84$$

$$n(A) = \binom{3}{2} \times \binom{6}{1} + \binom{3}{3} = (3 \times 6) + 1 = 19$$

انتخاب ۳ معلم از ۳ معلم ریاضی
انتخاب ۱ معلم از ۳ معلم ریاضی
انتخاب ۲ معلم از ۳ معلم ریاضی و فیزیک

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{19}{84}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۱۰- گزینه «۴» -

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{\text{اعداد ظاهر شده مضرب ۳ هستند}\} = \{(3, 6), (6, 3), (6, 6), (3, 3)\} \Rightarrow n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۱۱- گزینه «۳» - با توجه به مطالب کتاب درسی صفحه ۳۲ در گام دوم (طرح و برنامه‌ریزی) اندازه‌گیری یا سنجش، اولین قدم برای یافتن داده‌ها و

بررسی متغیر مورد نظر است. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - چرخه آمار در حل مسائل)

۱۲- گزینه «۲» - اگر داده دور افتاده نداشته باشیم استفاده از میانگین و انحراف معیار، معیارهای مناسبی هستند. اما اگر داده دور افتاده داشته

باشیم استفاده از معیارهای گرایش به مرکز و پراکندگی، میانه و دامنه میان چارکی مناسب است و اگر از نمودار استفاده کنیم نمودار جعبه‌ای

بهتر است. بنابراین چون در داده‌های داده شده دور افتاده نداریم گزینه «۲» صحیح است.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - چرخه آمار در حل مسائل)

۱۳- گزینه «۴» -

$$a_{n+1} = a_1 + a_n, a_1 = -1 \xrightarrow{n=2} a_2 = a_1 + a_1$$

$$n=1 \Rightarrow a_2 = a_1 + a_1 \Rightarrow a_2 = 2a_1 = 2(-1) = -2$$

$$a_3 = a_1 + a_2 \Rightarrow a_3 = -1 + (-2) = -3$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۱۴- گزینه «۱» -

$$a_n = 2^{n-2} \Rightarrow a_2 = 2^{2-2} = 2^0 = 1$$

$$a_4 = 2^{4-2} = 2^2 = 4 \Rightarrow a_2 + a_4 = 1 + 4 = 5$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۱۵- گزینه «۳» - جملات دنباله $c_{n+1} = c_n + (-1)^n$ را به دست می‌آوریم:

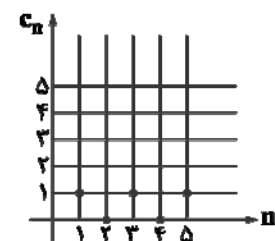
$$c_1 = 1; n=1 \Rightarrow c_2 = c_1 + (-1)^1 = 1 - 1 = 0$$

$$n=2 \Rightarrow c_3 = c_2 + (-1)^2 = 0 + 1 = 1$$

$$n=3 \Rightarrow c_4 = c_3 + (-1)^3 = 1 - 1 = 0$$

$$n=4 \Rightarrow c_5 = c_4 + (-1)^4 = 0 + 1 = 1$$

جمله اول دنباله $C_1 = 1$ می‌باشد که نقطه $(1, 1)$ را در نمودار نشان می‌دهد. نقاط دیگر عبارتند از:



$(2, 0), (3, 1), (4, 0), (5, 1)$

جمله پنجم، جمله چهارم، جمله سوم، جمله دوم

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۱۶- گزینه «۲» -

$$d_{n+1} = -2d_n + d_{n+2}; d_5 = 4$$

اگر به جای n ، ۵ قرار دهیم به جمله پنجم که معلوم است، می‌رسیم:

$$n=5 \Rightarrow d_{5+1} = -2d_5 + d_{5+2} \Rightarrow d_6 = -2d_5 + d_7 \Rightarrow d_6 = -2(4) + d_7 \Rightarrow d_7 - d_6 = 8$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

$$b_n = n(-1)^{n+1} \Rightarrow \text{جمله اول } n=1 \Rightarrow b_1 = 1(-1)^{1+1} = 1$$

$$\text{جمله دوم } n=2 \Rightarrow b_2 = 2(-1)^{2+1} = -2$$

$$\text{جمله سوم } n=3 \Rightarrow b_3 = 3(-1)^{3+1} = 3$$

$$\text{جمله چهارم } n=4 \Rightarrow b_4 = 4(-1)^{4+1} = -4$$

جملات دنباله: ۱, -۲, ۳, -۴, ...

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل سازی و دنباله)

۱۸- گزینه «۲» - برای نوشتن رابطه بازگشتی، رابطه میان جملات دنباله را بررسی می کنیم:

$$0, -1, -2, -3, \dots \Rightarrow a_1 = 0, a_2 = -1, a_3 = -2, a_4 = -3$$

$$a_2 = a_1 - 1 \quad a_3 = a_2 - 1 \quad a_4 = a_3 - 1$$

$$a_{n+1} = a_n - 1 \Rightarrow a_1 = 0$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل سازی و دنباله)

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n, a_1 = 4 \quad a_2 = \frac{1}{2} a_1 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$a_3 = \frac{1}{2} a_2 = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \quad a_4 = \frac{1}{2} a_3 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \quad a_5 = \frac{1}{2} a_4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

جملات دنباله: ۴, ۲, ۱, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ...

$$\Rightarrow 4 = 2^2, \quad 2 = 2^1, \quad 1 = 2^0, \quad \frac{1}{2} = 2^{-1}, \quad \frac{1}{4} = 2^{-2}$$

2^{-n} به تنهایی جملات دنباله را نشان نمی دهد باید آن را کمی تغییر دهیم تا جمله اول ۴ شود بنابراین اگر n را علاوه ۳ کنیم به جواب می رسیم. در نتیجه داریم:

$$a_n = 2^{-n+3}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل سازی و دنباله)

$$a_{n+1} = \frac{(-1)^n}{a_n}; a_1 = -\frac{1}{3}$$

$$\text{اگر } n=7 \Rightarrow a_8 = \frac{(-1)^7}{a_7} \Rightarrow -\frac{1}{3} = \frac{-1}{a_7} \Rightarrow a_7 = 3$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل سازی و دنباله)