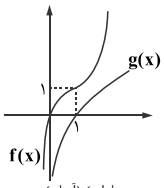
ریاضی

۱-گزینه «۴» ـ



$$f(x)=x^۳-۳x^۲+۳x-۱+۱=(x-۱)^۳+۱$$

$f(x)$ و $g(x)$ نقطه مشترک ندارند. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ چندجمله‌ای) (آسان)

۲-گزینه «۱» ـ تابع $f(x)$ اکیداً صعودی، تابع $h(x)$ اکیداً نزولی و دو تابع $g(x)$ و $m(x)$ غیریکنواهستند. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ یکنوایی) (آسان)

۳-گزینه «۴» ـ اگر تابع $f(x)$ اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد تابع $(fof)(x)$ اکیداً صعودی خواهد بود. تابع $x|x|$ یک تابع اکیداً صعودی است پس fof نیز اکیداً صعودی خواهد بود. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ یکنوایی) (متوسط)

۴-گزینه «۲» ـ

$$D_{fof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_f\}=\{x\neq ۰ \mid \frac{x-۱}{x}\neq ۰\}=\mathbb{R}-\{۰,۱\}$$

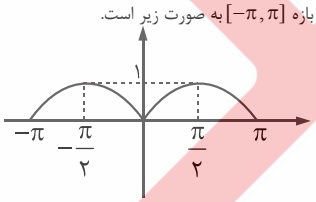
(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ ترکیب دو تابع) (متوسط)

۵-گزینه «۳» ـ

$$y=۳-\sqrt{۱-x}\Rightarrow\sqrt{۱-x}=۳-y\Rightarrow ۱-x=۹-۶y+y^۲$$
$$\Rightarrow x=۶y-y^۲-۸\Rightarrow f(x)=۶x-x^۲-۸\Rightarrow f(۲x)=۱۲x-۴x^۲-۸$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ تابع وارون) (متوسط)

۶-گزینه «۴» ـ نمودار تابع $y=|\sin x|$ در بازه $[-\pi,\pi]$ به صورت زیر است.



این تابع در بازه $[-\frac{\pi}{۲},\frac{\pi}{۲}]$ غیریکنواست. در سایر بازه‌های داده شده یکنواست.

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ یکنوایی) (متوسط)

۷-گزینه «۴» ـ طول راس سهمی $\frac{۳}{۲}$ است. تابع در بازه بازی که فاقد راس سهمی باشد یک‌به‌یک است. پس در بازه $(۲,+\infty)$ تابع یک‌به‌یک است.

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ تابع یک‌به‌یک و وارون) (آسان)

۸-گزینه «۲» ـ دوره تناوب $f(x)$ برابر ۴ است پس دوره تناوب تابع $f(\frac{x}{۲})$ برابر $\frac{۴}{\frac{۱}{۲}}$ یعنی برابر ۸ خواهد بود. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تناوب) (آسان)

۹-گزینه «۱» ـ

$$\max f(x)=\frac{a+۱}{a}+۱>۲\Rightarrow\frac{a+۱}{a}-۱>۰\Rightarrow\frac{۱}{a}>۰\Rightarrow a>۰$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ بیشترین مقدار) (آسان)

۱۰-گزینه «۴» ـ

$$\max(f(x))=۲+۱=۳\ ,\ T_f=\frac{۲\pi}{۲\pi}=۱ \qquad \max(g(x))=۳+۱=۴\ ,\ T_g=\frac{۲\pi}{\pi}=۲$$
$$\max(h(x))=۴+۱=۵\ ,\ T_h=\frac{۲\pi}{۲\pi}=۱ \qquad \max(m(x))=۱+۱=۲\ ,\ T_m=\frac{۲\pi}{\pi}=۲$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ دوره تناوب و بیشترین مقدار) (آسان)

۱۱-گزینه «۳» ـ

$$\frac{\pi}{x+۱}=k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow\frac{۱}{x+۱}=k+\frac{۱}{۲}=\frac{۲k+۱}{۲}\Rightarrow x+۱=\frac{۲}{۲k+۱}$$
$$x=\frac{۲}{۲k+۱}-۱=\frac{۱-۲k}{۲k+۱}$$

$$k=۰\Rightarrow x=۱ \qquad k=۱\Rightarrow x=\frac{-۱}{۳} \qquad k=۲\Rightarrow x=\frac{-۳}{۵}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تابع تانژانت) (متوسط)

۱۲-گزینه «۳» ـ تابع تانژانت در هر بازه اکیداً صعودی است و بازه نزولی ندارد پس هر دو جمله درست است. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تابع تانژانت) (متوسط)

۱۳-گزینه «۲» ـ

$$\sin x+\cos x=\frac{۱}{۳}\Rightarrow(\sin x+\cos x)^۲=\frac{۱}{۹}$$
$$\Rightarrow\sin^۲x+\cos^۲x+۲\sin x\cos x=\frac{۱}{۹}\Rightarrow ۱+\sin ۲x=\frac{۱}{۹}\Rightarrow\sin ۲x=\frac{-۸}{۹}$$
$$\frac{\sin^۳x+\cos^۳x}{\sin ۲x}=\frac{(\sin x+\cos x)(۱-\frac{۱}{۲}\sin ۲x)}{\sin ۲x}=\frac{\frac{۱}{۳}(۱+\frac{۴}{۹})}{\frac{-۸}{۹}}=\frac{\frac{۱}{۳}\times\frac{۱۳}{۹}}{-\frac{۸}{۹}}=\frac{-۱۳}{۲۴}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ نسبت‌های ۲α) (دشوار)

۱۴-گزینه «۲» ـ چون $\sin ۱۵^\circ=\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{۲}$ است پس:

$$\sin ۳۰^\circ=۲\sin ۱۵^\circ\cos ۱۵^\circ\Rightarrow\frac{۱}{۲}=۲\times\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{۲}\cos ۱۵^\circ\Rightarrow\cos ۱۵^\circ=\frac{۱}{۲\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ نسبت‌های ۲α) (آسان) کتاب درسی

۱۵-گزینه «۴» ـ

$$۱۲\cos^۲x-۷\cos x+۱=۰\Rightarrow(۳\cos x-۱)(۴\cos x-۱)=۰$$
$$\Rightarrow\cos x=\frac{۱}{۳}\ ,\ \cos x=\frac{۱}{۴}$$

هر کدام از معادله‌ها دو جواب در بازه $(۰,۲\pi)$ دارند بنابراین معادله ۴ جواب خواهد داشت. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ معادله مثلثاتی) (متوسط)

۱۶-گزینه «۱» ـ باقیمانده تقسیم $g(x)$ بر $x-۲$ برابر $g(۲)$ است.

$$g(۲)=f(۳)+f(۳)=۴\Rightarrow f(۳)=۲$$

باقیمانده تقسیم $h(x)$ بر $۵x-۴$ برابر $h(\frac{۴}{۵})$ است.

$$h(\frac{۴}{۵})=f(۴-۱)+\frac{۴}{۵}=f(۳)+\frac{۴}{۵}=۲+\frac{۴}{۵}=\frac{۱۴}{۵}=۲/۸$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ تقسیم) (متوسط)

۱۷-گزینه «۴» ـ

$$f(-۱)=g(-۱)\Rightarrow -m=m\Rightarrow m=۰$$
$$\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-۱۲}{g(x)-۱۸}=\lim_{x\to ۲}\frac{x^۳+x^۲-۱۲}{x^۴+x-۱۸}$$
$$=\lim_{x\to ۲}\frac{(x-۲)(x^۲+۳x+۶)}{(x-۲)(x^۳+۲x^۲+۴x+۹)}=\lim_{x\to ۲}\frac{x^۲+۳x+۶}{x^۳+۲x^۲+۴x+۹}$$
$$=\frac{۴+۶+۶}{۸+۸+۸+۹}=\frac{۱۶}{۳۳}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ حد $\frac{۰}{۰}$) (دشوار)

۱۸-گزینه «۲» ـ باید نامعادله $\frac{۱}{۲n-۵}<\frac{۱}{۴}<\frac{۱}{۳n}$ را حل کنیم و n های طبیعی را پیدا کنیم

با کمی دقت مشخص می‌شود که فقط $n=۱$ در رابطه صدق می‌کند.

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ همسایگی) (آسان)

۱۹-گزینه «۴» ـ با توجه به نمودار فقط حد زیر از حدهای خواسته شده قابل محاسبه است.

$$\lim_{x\to a^-}f(x)=+\infty\ ,\ \lim_{x\to-\infty}f(x)=b$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ حدبی‌نهایت و حد در بی‌نهایت) (آسان)

۲۰-گزینه «۳» ـ

$$f(۱)=۰\Rightarrow ۱-۳+a=۰\Rightarrow a=۲$$
$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{۱-x}{f(x)}=\lim_{x\to ۱}\frac{۱-x}{x^۳-۳x+۲}$$
$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{۱-x}{(x-۱)^۲(x+۲)}=\lim_{x\to ۱^+}\frac{-۱}{(x-۱)(x+۲)}=\frac{-۱}{۰^+}=-\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ حدبی‌نهایت) (دشوار)

۲۱-گزینه «۳» ـ اگر درجه $f(x)$ برابر ۳ نباشد $a=-۱$ است.

$$f(x)=(x+۲)^۳-(x-۱)^۳=(x^۳+۶x^۲+۱۲x+۸)-(x^۳-۳x^۲+۳x-۱)$$
$$f(x)=۹x^۲+۹x+۹$$
$$\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^۲+bx+۱}{f(x)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x^۲}{۹x^۲}=-\frac{۱}{۹}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ حد در بی‌نهایت) (متوسط)

۲۲-گزینه «۲» ـ با توجه به تعریف مشتق داریم:

$$f'(۲)+\frac{۱}{f'(۲)}=۲\Rightarrow f'(۲)=۱$$
$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+h)-f(۲)}{۳h+h^۲}=\frac{۱}{۳}f'(۲)=\frac{۱}{۳}\times ۱=\frac{۱}{۳}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ تعریف مشتق) (دشوار)

۲۳-گزینه «۴» ـ

$$\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-f(۱)}{\sqrt{x}-۱}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}\times\lim_{x\to ۱}(\sqrt{x}+۱)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow f'(۱)=\frac{۱}{۴}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ تعریف مشتق) (متوسط)

۲۴-گزینه «۲» ـ از رابطه $\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+h)-۴}{h}=۸$ دو نتیجه $f(۲)=۴$ و $f'(۲)=۸$ به دست می‌آید. حال معادله خط مماس را می‌نویسیم.

$$y-۴=۸(x-۲)$$

برای یافتن عرض از مبدأ x را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$x=۰\Rightarrow y-۴=-۱۶\Rightarrow y=-۱۲$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۴ ـ تعریف مشتق) (متوسط)

۲۵-گزینه «۲» ـ با توجه به شکل شیب خط مماس در نقطه B منفی و از سایرین کمتر است.
(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل۴ ـ مفهوم خط مماس) (آسان)