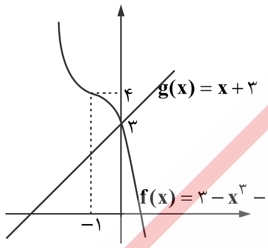
حسابان

۱-گزینه «۴» ـ

$$f(x)=۴-۱-x^۳-۳x^۲-۳x=۴-(x+۱)^۳$$



دو تابع در نقطه $(۰,۳)$ یعنی روی محور y ها متقاطع‌اند.

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ چند جمله‌ای) (آسان)

۲-گزینه «۳» ــ برد تابع $f(x)$ برابر $[-۱,۳]$ است. بنابراین برد تابع $\frac{۳}{۲}+\frac{۲}{۳}f(۲x)$ برابر $[\frac{۳}{۲}+\frac{۲}{۳}(-۱),\frac{۳}{۲}+\frac{۲}{۳}(۳)]$ خواهد بود.

$$R_{g(x)}=[\frac{۵}{۶},\frac{۷}{۲}]\Rightarrow m+n=\frac{۵}{۶}+\frac{۷}{۲}=\frac{۲۶}{۶}=\frac{۱۳}{۳}$$

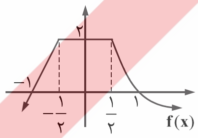
(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ تبدیل تابع) (متوسط)

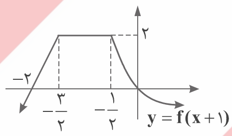
۳-گزینه «۴» ـ تابع $\sqrt{x}$ اکیداً صعودی است بنابراین تابع $۳-\sqrt{۶-۳x}$ نیز اکیداً صعودی خواهد بود. یعنی این تابع در هیچ بازه‌ای اکیداً نزولی نیست.

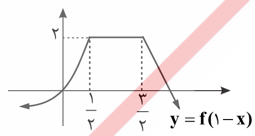
(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ یکنوایی تابع) (متوسط)

۴-گزینه «۲» ـ مراحل رسم تابع $f(۱-x)$ به‌صورت زیر است.

$$f(\frac{x}{۲})\to f(x)\to f(x+۱)\to f(۱-x)$$







تابع $f(۱-x)$ در بازه $[\frac{۳}{۲},+\infty)$ اکیداً نزولی است.

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ تبدیل و یکنوایی) (متوسط)

۵-گزینه «۱» ـ تابع $\log x$ اکیداً صعودی است، بنابراین:

$$\log(x+۱)<\log(۲x-۳)\Rightarrow\begin{cases}x+۱>۰\Rightarrow x>-۱\\ ۲x-۳>۰\Rightarrow x>\frac{۳}{۲}\\ x+۱<۲x-۳\Rightarrow x>۴\end{cases}$$

اشتراک جوابهای بدست آمده $x>۴$ است. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ یکنوایی) (متوسط)

۶-گزینه «۱» ـ

$$f(x)=y=۱-۴x\Rightarrow ۴x=۱-y\Rightarrow x=\frac{۱-y}{۴}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۱-x}{۴}\Rightarrow f^{-۱}(x+۱)=\frac{-x}{۴}$$

$$g(x)=xf^{-۱}(x+۱)=\frac{-x^۲}{۴}$$

باقیمانده تقسیم $g(x)$ بر $x-۲$ برابر $g(۲)$ است.

$$g(۲)=\frac{-۴}{۴}=-۱$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ تقسیم) (متوسط)

۷-گزینه «۱» ـ

$$T_f=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۳}}=۶\ ،\ T_g=\frac{\pi}{\frac{۲\pi}{۳}}=\frac{۳}{۲}$$

$$T_h=\frac{\pi}{\frac{۲\pi}{۳}}=\frac{۳}{۲}\ ،\ T_m=\frac{۲\pi}{\frac{۴\pi}{۳}}=\frac{۳}{۲}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۱ ـ تناوب) (آسان)

۸-گزینه «۲» ـ

$$\max f(x)=a+|۳|=۸\Rightarrow a=۵$$

$$\max g(x)=\frac{۱}{\min(۳+f(x))}=\frac{۱}{۳+a-۳}=\frac{۱}{a}=\frac{۱}{۵}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ بیشترین مقدار) (آسان)

۹-گزینه «۴» ـ تابع تانژانت بازه نزولی ندارد. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تانژانت) (متوسط)

۱۰-گزینه «۳» ـ

$$\frac{\pi}{۶}<x<\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\frac{\pi}{۳}<۲x<\frac{\pi}{۲}\Rightarrow\tan ۲x>\sqrt{۳}\Rightarrow\frac{m}{۲}>\sqrt{۳}\Rightarrow m>۲\sqrt{۳}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تابع تانژانت) (متوسط)

۱۱-گزینه «۱» ـ

$$\sin ۳x=\sin ۲x\Rightarrow\begin{cases}۳x=۲k\pi+۲x\\ ۳x=۲k\pi+\pi-۲x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi\\ x=\frac{۲k\pi}{۵}+\frac{\pi}{۵}\end{cases}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ معادله مثلثاتی) (متوسط) کتاب درسی

۱۲-گزینه «۲» ـ

$$\tan(\alpha-\beta)=۶\ ,\ \tan(\alpha+\beta)=۴$$

$$\tan ۲\alpha=\tan(\alpha+\beta+\alpha-\beta)=\frac{\tan(\alpha+\beta)+\tan(\alpha-\beta)}{۱-\tan(\alpha+\beta)\tan(\alpha-\beta)}$$

$$\tan ۲\alpha=\frac{۴+۶}{۱-۴\times ۶}=\frac{-۱۰}{۲۳}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تانژانت مجموع و تفاضل) (متوسط)

۱۳-گزینه «۴» ـ

$$\lim_{x\to(-۱)^+}f(x)=-\infty\ ،\ \lim_{x\to(-۱)^-}f(x)=+\infty$$

$$\lim_{x\to ۱}f(x)=+\infty\ ،\ \lim_{x\to ۰}f(x)=۰$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ حد دربی‌نهایت) (آسان)

۱۴-گزینه «۲» ـ دقت کنید که $-۱<\sin ۴<۰$ و در نتیجه $[\sin ۴]=-۱$ است.

$$\lim_{x\to ۴^+}\frac{\sqrt{۲+[\sin x]}}{۴-x}=\frac{\sqrt{۲+(-۱)}}{۴-۴^+}=\frac{\sqrt{۲-۱}}{۰^-}=-\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ حد دربی‌نهایت) (آسان)

۱۵-گزینه «۴» ـ $x=۲$ و $x=-۳$ ریشه‌های معادله $ax^۲+x+c=۰$ می‌باشند.

$$S=-۳+۲=\frac{-۱}{a}\Rightarrow a=۱$$

$$P=-۳\times ۲=\frac{c}{a}\Rightarrow c=-۶$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\frac{c}{a}=-۶$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ مجانب قائم و حد در بی‌نهایت) (آسان)

۱۶-گزینه «۲» ـ

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{۲x+۱}\left(\sqrt{\frac{۲x-۱}{x^۲+۱}}-\sqrt{\frac{x}{x^۲-۱}}\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{\frac{۴x^۲-۱}{x^۲+۱}}-\sqrt{\frac{۲x^۲+x}{x^۲-۱}}\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{\frac{۴x^۲}{x^۲}}-\sqrt{\frac{۲x^۲}{x^۲}}\right)=۲-\sqrt{۲}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ حد در بی‌نهایت) (متوسط)

۱۷-گزینه «۱» ـ با توجه به شکل $\lim_{x\to ۳}f(x)=+\infty$ است. یعنی معادله $x^۲+bx+c=۰$ ریشه مضاعف $x=۳$ دارد. پس مخرج کسر باید $(x-۳)^۲$ باشد.

$$(x-۳)^۲=x^۲-۶x+۹\Rightarrow b=-۶,\ c=۹$$

$$\Rightarrow b-۲c=-۶-۱۸=-۲۴$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل ۳ ـ مجانب قائم) (متوسط)

۱۸-گزینه «۱» ـ

$$f(۱)=g(۱)\Rightarrow ۸=a$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^{۳}+ax^{۳}}{۴ax.x^{۲}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{۹x^{۳}}{۳۲x^{۳}}=\frac{۹}{۳۲}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل۳ ـ حد در بی‌نهایت) (آسان)

۱۹-گزینه «۴» ـ برای رفع ابهام صورت و مخرج کسر را در $\sqrt{x}$ ضرب می‌کنیم.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x-\sqrt{x^{۲}+۴x}}{\sqrt{x^{۲}+۴x}-\sqrt{x^{۲}+x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x-|x+۲|}{|x+۲|-|x+\frac{۱}{۲}|}$$

$$=\frac{-۲}{۲-\frac{۱}{۲}}=\frac{-۲}{\frac{۳}{۲}}=-\frac{۴}{۳}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل۳ ـ حد در بی‌نهایت) (دشوار)

۲۰-گزینه «۱» ـ

$$\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x|x|}{ax^{۲}}=\begin{cases}\frac{۱}{a} & x\to+\infty\\ -\frac{۱}{a} & x\to-\infty\end{cases}$$

بنابراین مجانب‌های افقی $y=\frac{۱}{a}$ و $y=-\frac{۱}{a}$ است.

$$\left|\frac{۱}{a}-\frac{-۱}{a}\right|=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\left|\frac{۲}{a}\right|=\frac{۱}{۳}\Rightarrow|a|=۶\Rightarrow a=\pm۶$$

بنابراین مجانب‌های افقی $y=\frac{۱}{۶}$ و $y=-\frac{۱}{۶}$ خواهد بود.

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل۳ ـ مجانب افقی) (متوسط)