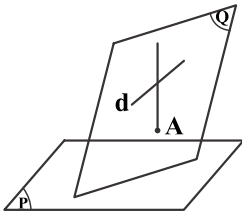
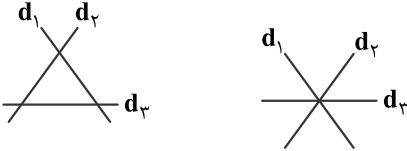


۱- گزینه «۱» - خط گذرنده از A و متقاطع با d قطعاً درون صفحه Q است. اگر دو صفحه P و Q موازی باشند پس خط گذرا نیز موازی است پس در حالت P || Q رسم خط امکان پذیر است. حال اگر d || P باشد، قطعاً خط گذرا مطابق شکل با صفحه P موازی نمی شود.



(سراسری) (هندسه ۱ - خط و صفحه)

۲- گزینه «۴» - سه خط دوجه دو متقاطع، یا همسرند و یا در یک صفحه قرار دارند.



(سراسری) (هندسه ۱ - خط و صفحه)

۳- گزینه «۲» - دو صفحه P و Q را از دو خط L_۱ و L_۲ موازی با L_۱ رسم می کنیم. فصل مشترک دو صفحه قطعاً با L_۲ و L_۳ متقاطع است. پس وضعیت فصل مشترک با خط d_۱ جواب مسئله است. فصل مشترک با خط d_۱ یا متقاطع است و یا هیچ اشتراکی ندارند.

(میرعظیم) (هندسه ۱ - خط و صفحه)

۴- گزینه «۴» - برای ساخت مکعب به یال ۴ به ۶۴ مکعب واحد نیاز است. یعنی یک مکعب ۴×۴×۴. از هر طرف ۲ مکعب رنگ می شود پس یک مکعب ۲×۲×۲ رنگ نمی شود. پس:

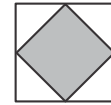
تعداد مکعب های رنگ شده : ۵۶ = ۶۴ - ۸

(میرعظیم) (هندسه ۱ - تجسم فضایی)

۵- گزینه «۳» - مطابق سؤال هشت وجهی منتظم از به هم چسبیدن دو هرم منتظم مربع القاعده به دست می آید. برای سادگی یک هرم را رسم می کنیم؛ پس حجم هشت وجهی برابر است با:



$$V_T = 2V_1 = 2 \times \frac{1}{3} Sh$$



اگر از نمای بالا نگاه کنیم داریم:

$$S = \frac{a^2}{2}$$

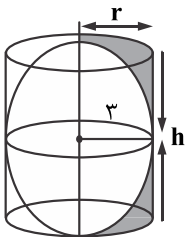
قسمت هاشور خورده مساحت قاعده هرم است پس:

از طرفی ارتفاع نیز با نصف یال برابر است؛ پس داریم:

$$V_T = \frac{2}{3} \times \frac{a^2}{2} \times \frac{a}{2} = \frac{a^3}{6} \Rightarrow \frac{V_T}{a^3} = \frac{1}{6}$$

(میرعظیم) (هندسه ۱ - برش)

۶- گزینه «۳» - حجم باقی مانده برابر با حجم استوانه منهای کره درون آن است.



$$h = 2r$$

$$V_T = V_C - V_S = \pi r^2 h - \frac{4}{3} \pi r^3 = 2\pi r^3 - \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi r^3 \Rightarrow V_T = \frac{2}{3} \pi \times 27 = 18\pi$$

(میرعظیم) (هندسه ۱ - دوران)

۷- گزینه «۳» - مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فواصل آنها از دو نقطه ثابت A(۰, ۱) و B(۱, ۲) برابر ۲ باشد، یک بیضی به کانون های

A و B و طول قطر بزرگ ۲ و مرکز $O(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ است.

سه نقطه A، B و O در معادله $y = x + 1$ صدق می کنند. پس خط از مرکز و دو نقطه A و B می گذرد. در نتیجه دو نقطه روی بیضی وجود دارد که مجموع فواصلشان از A و B برابر ۲ است. (میرعظیم) (هندسه ۳ - بیضی)

۸- گزینه «۴» -

$$O(-3, -1), AA' = 2a = 2 - (-4) = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$OF = C = -1 - (-3) = 2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = 3^2 - 2^2 \Rightarrow b^2 = 5$$

طول وتر کانونی $\frac{2b^2}{a}$ است پس:

$$\frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}$$

(میرعظیم) (هندسه ۳ - بیضی)

۹- گزینه «۱» - مرکز دایره $O(5, -3)$ است پس مرکز بیضی همان نقطه است. بیضی بر محورهای مختصات مماس است پس:

$$a = 5, b = 3 \Rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{3^2}{5^2}} = \frac{4}{5}$$

(میرعظیم) (هندسه ۳ - بیضی)

۱۰- گزینه «۳» -

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \Rightarrow c = \frac{4}{5}a \quad (1)$$

$$2a - 2b = 8 \Rightarrow a - b = 4 \quad (2)$$

$$a^2 - c^2 = b^2 \xrightarrow{(1), (2)} a^2 - \left(\frac{4}{5}a\right)^2 = (a-4)^2 \Rightarrow 16a^2 - 20a + 40 = 0 \Rightarrow (4a-10)(4a-40) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a-10=0 \Rightarrow a = \frac{5}{2} \text{ غ ق ق } (b = -\frac{3}{2} \text{ ✗}) \\ 4a-40=0 \Rightarrow a = 10 \Rightarrow b = 6 \end{cases}$$

$$S = \frac{2a \times 2b}{2} = 2ab = 2 \times 10 \times 6 = 120$$

(میرعظیم) (هندسه ۳ - بیضی)

۱۱- گزینه «۲» -

$$S(1, 2)$$

$$\text{معادله سهمی: } (y - \beta)^2 = fa(x - \alpha) \Rightarrow (y - 2)^2 = \lambda(x - 1)$$

$$x \text{ تلاقی سهمی با محور } x \Rightarrow (0 - 2)^2 = \lambda(x - 1) \Rightarrow x = \frac{3}{\lambda} \Rightarrow A\left(\frac{3}{\lambda}, 0\right)$$

$$FA = \sqrt{(x_A - x_F)^2 + (y_A - y_F)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{\lambda} - 3\right)^2 + (0 - 2)^2} = \frac{5}{\lambda} = 2/5$$

(سراسری) (هندسه ۳ - سهمی)

۱۲- گزینه «۲» -

$$2y^2 + ay = 2x \Rightarrow 2\left(y^2 + \frac{a}{2}y\right) = 2x \xrightarrow{\text{مربع کامل}} 2\left(y + \frac{a}{4}\right)^2 = 2x + \frac{a^2}{8}$$

$$\left(y + \frac{a}{4}\right)^2 = \frac{2}{2}x + \frac{a^2}{16} \Rightarrow \left(y + \frac{a}{4}\right)^2 = \frac{2}{2}\left(x + \frac{a^2}{16}\right) \Rightarrow \begin{cases} S\left(-\frac{K^2}{24}, -\frac{K}{4}\right) \\ fa' = \frac{2}{2} \Rightarrow a = \frac{2}{8} \end{cases}$$

$$\text{سهمی افقی رو به راست} \Rightarrow F\left(-\frac{K^2}{24} + \frac{2}{8}, -\frac{K}{4}\right)$$

$$X_F = 0 \Rightarrow -\frac{K^2}{24} + \frac{2}{8} = 0 \Rightarrow K^2 = 9 \Rightarrow K = \pm 3$$

(سراسری) (هندسه ۳ - سهمی)

۱۳- گزینه «۱» -

$$2y^2 - 4y = -6x \Rightarrow 2\left(y^2 - \frac{2}{1}y\right) = -6x \xrightarrow{\text{مربع کامل}} \left(y - \frac{1}{1}\right)^2 = -2\left(x - \frac{1}{1}\right) \Rightarrow fa = 2$$

(میرعظیم) (هندسه ۳ - سهمی)