

۱- گزینه «۲» - می توان نوشت:

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - ضرب ماتریس ها) (متوسط)

۲- گزینه «۴» - چون $AA^{-1} = I$ ، پس باید حاصل ضرب سطر اول A و ستون اول A^{-1} برابر ۱ شود. گزینه های «۱» و «۳» رد می شوند. از طرف

دیگر ضرب سطر دوم A در ستون دوم A^{-1} باید ۱ باشد و در این صورت گزینه «۴» در این شرط صدق می کند.

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - وارون ماتریس) (دشوار)

۳- گزینه «۲» - می توان نوشت:

$$|A^{-1} - I| = |A^{-1} - A^{-1}A| = |A^{-1}(I - A)| = |A^{-1}| |I - A| = \frac{1}{|A|} |I - A|$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - وارون دترمینان) (آسان)

۴- گزینه «۲» - طرفین برابری داده شده را در A ضرب می کنیم:

$$A((A^T)^{-1} - A^{-1} + I - A) = \bar{O}$$

$$AA^{-1}A^{-1} - AA^{-1} + A - A^T = \bar{O}$$

$$A^{-1} - I + A - A^T = \bar{O}$$

$$A^{-1} = A^T - A + I$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - وارون ماتریس) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - می توان نوشت:

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 2f + 1 \end{bmatrix}$$

چون $x = 1$ ، پس $f = 1$ ، در نتیجه:

$$y = 2f + 1 = 2 + 1 = 3$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - دستگاه معادلات) (آسان)

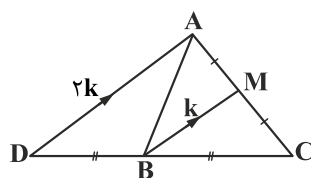
۶- گزینه «۲» - دترمینان را حول سطر اول بسط می دهیم:

$$|A| = 1(-a + 2a) = a$$

بنابراین از $|A|^4 = 25$ به دست می آید:

$$a^4 = 25 \Rightarrow a^2 = 5 \Rightarrow a = \pm\sqrt{5}$$

(آزاد - ۷۹) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - دترمینان) (متوسط)



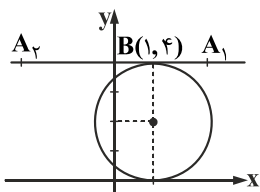
۷- گزینه «۳» - یکی از مثلث های مورد نظر را رسم می کنیم. از رأس A موازی میانه AM خطی رسم می کنیم تا امتداد ضلع BC را در D قطع کند. در مثلث ACD ، MB میان خط است (چرا؟)، پس $AD = 2k$ از طرف دیگر چون D قریب C نسبت به B است و دو نقطه B و C ثابت اند، پس D نقطه ثابت است، بنابراین مکان هندسی A دایره ای است به مرکز D و شعاع $2k$.

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مکان هندسی) (دشوار)

۸- گزینه «۳» - معادله دایره به صورت $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ است. با رسم دایره و مشخص کردن نقطه B مشاهده می شود و خط مماس از نقطه

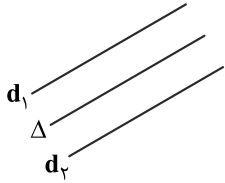
B به معادله $y = 1$ است و نقاطی روی این خط که از B به فاصله ۳ هستند، نقاط $A_1(4, 4)$ و $A_2(-2, 4)$ هستند و مجموع مختصات آن ها ۸

یا ۲ هستند.



(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - خط مماس بر دایره - رسم دایره) (دشوار)

۹- گزینه «۳» - دو خط داده شده موازی هستند و مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر هر دوی آن‌ها مماس است، خطی است که از هر دو خط به یک فاصله است:



$$\begin{aligned} d_1: y &= -3x + 1 \\ d_2: y &= -3x + 3 \Rightarrow \Delta: y = -3x + \frac{1+3}{2} \Rightarrow y = -3x + 2 \end{aligned}$$

مرکز دایره روی خط Δ است:

$$6 - a = -3a + 2 \Rightarrow 2a = -4 \Rightarrow a = -2$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دایره - خط مماس) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» - معادله گسترده دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است. چون A, B, C در معادله صدق می‌کند، می‌توان نوشت:

$$A \in \text{دایره} \Rightarrow 1 + 1 - a - b + c = 0 \Rightarrow -a - b + c = -2$$

$$B \in \text{دایره} \Rightarrow 1 + 1 + a + b + c = 0 \Rightarrow a + b + c = -2$$

$$C \in \text{دایره} \Rightarrow 1 + 9 + a - 3b + c = 0 \Rightarrow a - 3b + c = -10$$

از این سه معادله به دست می‌آید:

$$a = -2, b = 2, c = -2$$

اکنون به دست می‌آید:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 4 + 8} = 2$$

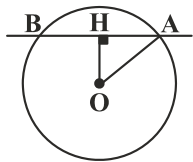
(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دایره محیطی مثلث) (دشوار)

۱۱- گزینه «۳» - می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} C: O(0, 1) \quad R &= 1 \\ C': O'(1, 0) \quad R' &= 1, OO' = \sqrt{2} \end{aligned}$$

چون $|R - R'| < OO' < R + R'$ ، پس دو دایره متقاطع هستند. (کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - وضع دو دایره) (آسان)

۱۲- گزینه «۳» - از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم:



به دست می‌آید:

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y = 8 \Rightarrow \begin{cases} O(1, 4) \\ R = 5 \end{cases}$$

$$|OH| = \frac{|\Delta + 4\lambda - 14|}{\sqrt{\Delta^2 + 12^2}} = 3$$

در مثلث OAH ، بنابر قضیه فیثاغورس:

$$AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

در نتیجه:

$$AB = 2AH = 8$$

(سراسری - ۷۱) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - وضع خط و دایره) (متوسط)