

۱- گزینه «۳» -

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+1 & 1^2 \\ 2+1 & 2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X = A + I = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow X^{-1} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X^{-1} = \frac{1}{9} (4-1-3+3) = \frac{1}{9}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۱ - ماتریس وارون) (آسان)

۲- گزینه «۱» -

$$A^T + A = -4I \Rightarrow A^T + A + I = -3I$$

$$\xrightarrow{\times(A-I)} A^T - I = -3A + 3I \Rightarrow A^T + 3A = 4I$$

$$\xrightarrow{\times A^{-1}} A^T + 3I = 4A^{-1}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۱ - ماتریس وارون) (دشوار)

۳- گزینه «۱» -

$$\begin{cases} 2x - 5y = 0 \\ mx - 6y = m \end{cases}$$

برای آنکه دستگاه فاقد جواب باشد دترمینان ضرایب صفر شود.

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ m & -6 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -12 + 5m = 0 \Rightarrow m = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل ۱ - دستگاه) (آسان)

۴- گزینه «۲» -

$$x(-4x+4) - (x+1)(4-\lambda) = 0 \Rightarrow -4x^2 + 4x + 4x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow -4x^2 + 8x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-8}{-4} = 2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۱ - دترمینان) (متوسط)

۵- گزینه «۴» - برای دو ماتریس مربعی A و B داریم: |AB| = |BA|

$$|AB| = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 12 + 1 = 13$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 10 + 3 = 13 \Rightarrow BA = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۱ - دترمینان) (متوسط)

۶- گزینه «۳» -

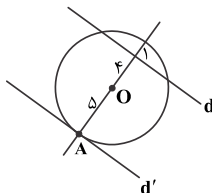
$$\|A\| + k^T \|A^T\| = \|A\|^T + \lambda \|A\|^T$$

$$\Rightarrow \|A\|^T + k^T \|A\|^T = \|A\|^T + \lambda \|A\|^T \Rightarrow k^T = \lambda \Rightarrow k = 2$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های B^{-1} برابر صفر است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۱ - وارون و دترمینان) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - به مرکز O و به شعاع ۵ دایره‌ای رسم می‌کنیم. حال به فاصله ۹ از خط d و به موازات آن دو خط رسم می‌کنیم که یکی از آن‌ها دایره را قطع نمی‌کند و خط دیگر (d') بر دایره در نقطه A مماس خواهد بود. نقطه A جواب سوال است. زیرا تا خط d فاصله ۹ و تا مرکز دایره فاصله ۵ را دارد.



(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - مکان هندسی) (متوسط)

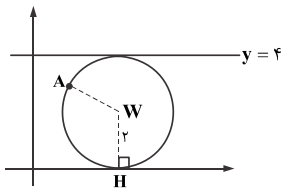
۸- گزینه «۲» -

$$k^T + 4 > 5k \Rightarrow k^T - 5k + 4 > 0 \Rightarrow k > 4 \text{ یا } k < 1$$

طول مرکز برابر $\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$ است بنابراین $-\frac{1}{\sqrt{1+k^2}} > -2$ یا $-\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} < -2$ است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - دایره) (آسان)

۹- گزینه «۴» -



مرکز دایره روی خط $y=2$ قرار دارد پس $\omega(\alpha, 2)$ خواهد بود.

$$WH = WA \Rightarrow \sqrt{(\alpha-1)^2 + (2-2)^2} = r$$

$$\Rightarrow (\alpha-1)^2 = r^2 \Rightarrow \alpha = 1 \pm \sqrt{r^2}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - دایره) (دشوار)

۱۰- گزینه «۲» - نقطه A خارج دایره قرار دارد پس:

$$2+2-1+1-k > 0 \Rightarrow k < 4 \quad (1)$$

شرط دایره بودن:

$$1+1 > -4k \Rightarrow 4k > -2 \Rightarrow k > -\frac{1}{2} \quad (2)$$

اشتراک (۱) و (۲) برابر است با:

$$-\frac{1}{2} < k < 4$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - دایره) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» - محل برخورد قطرهای دایره مرکز آن است.

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=2 \end{cases} \xrightarrow{+} 2x=4 \Rightarrow x=2, y=-1 \Rightarrow W(2, -1)$$

فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر شعاع دایره است.

$$r = \frac{|4(2)+3(-1)-6|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{1}{5}$$

$$\text{معادله دایره: } (x-2)^2 + (y+1)^2 = \frac{1}{25}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - دایره) (متوسط)