

ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۲» -

روش اول:

$$a = bq + r \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq r < b \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 40 = b \times 10 + r \\ 0 \leq r < b \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b_1 = 40, r_1 = 0 \\ b_2 = 39, r_2 = 10 \\ b_3 = 38, r_3 = 20 \\ b_4 = 37, r_4 = 30 \end{array} \right.$$

روش دوم: در قضیه الگوریتم تقسیم داریم:

$$q = \left[\frac{a}{b} \right] \Rightarrow 10 = \left[\frac{40}{b} \right] \Rightarrow 10 \leq \frac{40}{b} < 11 \Rightarrow b = \{40, 39, 38, 37\}$$

(زبیری) (الگوریتم تقسیم)

۲- گزینه «۴» -

$$\left. \begin{array}{l} a = bq + r \\ 0 \leq r < b \end{array} \right\} \Rightarrow a = b \times v + 60 \Rightarrow vb + 60 = vb + vx + r' \Rightarrow 60 - vx = r' \geq 0 \Rightarrow \max(x) = 8 \\ \Rightarrow a = (b+x) \times v + r'$$

(زبیری) (الگوریتم تقسیم)

۳- گزینه «۱» -

$$(a, 26) = 1 \Rightarrow (a, 2^2 \times 3^2) = 1 \Rightarrow \begin{cases} (a, 2) = 1 \\ (a, 3) = 1 \end{cases} \\ (a, 210) = (a, 2 \times 3 \times 5 \times 7) = (a, 5 \times 7) = 1 \text{ یا } 5 \text{ یا } 7 \text{ یا } 35$$

(زبیری) (ب.م.م)

۴- گزینه «۴» -

$$(a, b) = d \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} d | a \\ d | b \\ d | [a, b] \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} d | M^2 + a - 2b \\ d | M^2 + a - 2b + \delta \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} d | \delta \\ d > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow d = 5 \Rightarrow \text{عدد } d \times M \text{ باید بر } 25 \text{ بخش پذیر باشد}$$

(زبیری) (ک.م.م)

۵- گزینه «۴» -

$$\delta | 2n+1 \Rightarrow \delta^2 | (2n+1)^2 \Rightarrow 25 | 4n^2 + 4n + 1 \\ \delta \times \delta | \delta(2n+1) \Rightarrow \begin{cases} 25 | (10n+5) \\ 25 | (10n+5)n \end{cases} \Rightarrow 25 | 14n^2 + 19n + 6$$

(کنکور خارج ۹۶) (بخش پذیری)

۶- گزینه «۴» -

$$67\delta | b^2 \Rightarrow 3^2 \times 5^2 | b^2 \Rightarrow b = 3^\alpha \times 5^\beta \\ \Rightarrow b^2 = 3^{2\alpha} \times 5^{2\beta} \Rightarrow \begin{cases} 2 \leq 2\alpha \Rightarrow \alpha_{\min} = 2 \\ 2 \leq 2\beta \Rightarrow \beta_{\min} = 1 \end{cases} \Rightarrow b_{\min} = 3^2 \times 5 = 45 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 9$$

(زبیری) (بخش پذیری)

۷- گزینه «۱» -

$$\begin{cases} 1397 = 17 \times 82 + 3 \\ 2018 = 17 \times 118 + 12 \end{cases} \Rightarrow (17 \times 18 + 3)x \equiv 17 \times 118 + 12 \Rightarrow 3x \equiv 12 \Rightarrow x \equiv 4 \Rightarrow x = 17K + 4$$

(زبیری) (همنهستی)

۸- گزینه «۲» -

$$408 \equiv -108 \Rightarrow m | 408 - (108) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m | 516 = 2^2 \times 3 \times 43 \\ (m, 6) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow m | 43 \Rightarrow m = 43$$

(زبیری) (همنهستی)

۹- گزینه «۳» -

$$5! = 120 \equiv 24 \Rightarrow \text{تمام جملات بزرگ تر از } 5! \text{ بر } 24 \text{ بخش پذیر هستند} \\ 1! + 3! + 5! + 7! + \dots + 99! \equiv 1! + 3! \equiv 7 \pmod{24}$$

(زبیری) (همنهستی)

۱۰- گزینه «۱» -

$$3x + 1 \equiv 5 \pmod{4} \Rightarrow 3x \equiv 4 \pmod{4} \Rightarrow 3x \equiv 4 + 2 \times 7 \pmod{4} \Rightarrow 3x \equiv 18 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv 6 \pmod{4} \\ 4y - 1 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow 4y \equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow 4y \equiv 3 - 7 \pmod{3} \Rightarrow 4y \equiv -4 \pmod{3} \Rightarrow y \equiv -1 \pmod{3} \Rightarrow 2x - 3y \equiv 2 \times 6 - 3(-1) \equiv 15 \equiv 1 \pmod{3}$$

(زبیری) (همنهستی)

۱۱- گزینه «۳» -

$$15x + 25y = 3700 \Rightarrow 3x + 5y = 74$$

$$3x \equiv 74 \Rightarrow 3x \equiv 4 + 5 \Rightarrow x \equiv 2 \Rightarrow 5K + 2 \Rightarrow 2(5K + 2) + 5y = 74 \Rightarrow y = -2K + 12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5K + 2 > 0 \\ y = -2K + 12 > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq K \leq 4 \Rightarrow \text{جواب ۵}$$

(کنکور سراسری) (همنهستی)

۱۲- گزینه «۱» -

$$17x + 13y = 1200 \Rightarrow 17x + 13y \equiv 1200 \Rightarrow 4x \equiv 13 \Rightarrow x \equiv 1 \Rightarrow x = 13K + 1 > 100 \Rightarrow x_{\min} = 105$$

(زیبری) (همنهستی)