

ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۴» -

$$a \cdot b = 0 \xrightarrow{\times \frac{1}{a}} \frac{1}{a} \cdot a \cdot b = \frac{1}{a} \times 0 \Rightarrow b = 0$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - اثبات یا در نظر گرفتن همه حالات) (آسان)

۲- گزینه «۲» - اگر α و β گنگ و $3\alpha + \beta$ گویا باشد فقط اعداد به صورت $3k\alpha + k\beta$ گویا می‌باشد و هر ترکیب خطی دیگری از α و β گنگ است پس $2\alpha - \beta$ گنگ و $6\alpha + 2\beta$ گویا است.

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - استدلال ریاضی - برهان خلف) (آسان)

۳- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{aligned} 7 \mid \Delta k + 1 &\Rightarrow 7 \mid (\Delta k + 1)^2 \Rightarrow 49 \mid 2\Delta k^2 + 1 \cdot k + 1 \\ 7 \mid \Delta k + 1 &\Rightarrow 49 \mid 2\Delta k + 7 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 49 \mid 2\Delta k^2 + 4\Delta k + 8 \\ 49 \mid 2\Delta k^2 + 4\Delta k + 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 8$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - بخش پذیری - عاگردن) (متوسط)

۴- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{aligned} a \equiv 3 \pmod{9} \Rightarrow a \equiv 3 \pmod{3} \\ a \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow a \equiv 3 \pmod{11} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a \equiv 3 \pmod{[11,9]} \Rightarrow a \equiv 3 \pmod{99} \Rightarrow a \equiv 3 \pmod{33}$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - بخش پذیری - تقسیم) (متوسط)

۵- گزینه «۴» -

$$13^2 \equiv -1 \pmod{17} \Rightarrow (13^2)^{28} \equiv (-1)^{28} \pmod{17} \Rightarrow 13^{56} \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow 13^{57} \equiv 13 \pmod{17}$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - همنهشتی) (آسان)

۶- گزینه «۱» - یکان هر عدد به صورت $n!$ که $n \geq 5$ باشد برابر صفر است.

$$\left. \begin{aligned} A \equiv 6 + 0 + 0 + \dots + 0 \pmod{10} \Rightarrow A \equiv 6 \pmod{10} \\ B \equiv 2 + 0 + 0 + \dots + 0 \pmod{10} \Rightarrow B \equiv 2 \pmod{10} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A + B \equiv 8 \pmod{10}$$

یکان عدد A^{k+r} و A^r با هم برابر هستند.

$$C \equiv 1 + 0 + 0 + \dots + 0 \pmod{10} \Rightarrow C \equiv 1 \pmod{10}$$

$$(A + B)^C \equiv 8^1 \equiv 8 \pmod{10}$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - پیدا کردن یکان) (دشوار)

۷- گزینه «۴» -

$$\Delta a + 2 \equiv 2a - 6 \pmod{10} \Rightarrow 2a \equiv -8 \pmod{10} \Rightarrow 2a \equiv -18 \pmod{10} \xrightarrow{\div 2} a \equiv -9 \pmod{5} \Rightarrow a \equiv 1 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow a \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow 4a \equiv 16 \pmod{10} \Rightarrow 4a + 3 \equiv 19 \pmod{10} \Rightarrow 4a + 3 \equiv 9 \pmod{10}$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - پیدا کردن یکان) (متوسط)

۸- گزینه «۳» - می‌دانیم معادله سیاله $ax + by = c$ زمانی جواب دارد که $(a, b) \mid c$ به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:

$$a = 1 \Rightarrow 3x + 12y = 19 \quad (12, 3) = 3 \quad 3 \nmid 19$$

گزینه «۲»:

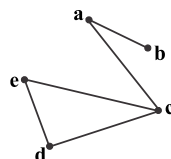
$$a = 2 \Rightarrow 4x + 12y = 19 \quad (12, 4) = 4 \quad 4 \nmid 19$$

گزینه «۳»:

$$a = 3 \Rightarrow 5x + 12y = 19 \quad (12, 5) = 1 \quad 1 \mid 19$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - معادله سیاله) (متوسط)

۹- گزینه «۲» - اگر نمودار گراف را رسم کنیم، این گراف ۵ یال دارد.



(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل دوم - همسایگی) (آسان)

۱۰- گزینه «۱» - در گراف کامل $\Delta = \delta = p - 1$ و $q = \frac{p(p-1)}{2}$ است.

$$4q - \Delta \delta^2 + \gamma \Delta = 0 \Rightarrow 4 \times \frac{p(p-1)}{2} - \Delta(p-1)^2 + \gamma(p-1) = 0$$

$$\Rightarrow (p-1)(2p - \Delta p + \Delta + \gamma) = 0 \Rightarrow (p-1)(-3p + 12) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p = 1 \\ p = 4 \end{cases}$$

$$p = 4 \Rightarrow q = \frac{p(p-1)}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

$$p + q = 10$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - گراف کامل) (سخت)

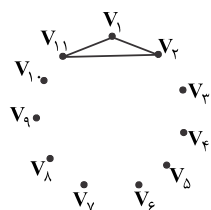
۱۱- گزینه «۳» -

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow \Delta \tau + q(\bar{G}) = \frac{11 \times 10}{2} \Rightarrow q(\bar{G}) = 3$$

$$d_G(a) + d_{\bar{G}}(a) = p - 1 \Rightarrow \lambda + d_{\bar{G}}(a) = 10 \Rightarrow d_{\bar{G}}(a) = 2$$

در گراف مکمل که دارای ۱۱ رأس و ۳ یال می‌باشد، دنبال بیشترین تعداد درجه رأس

۲ هستیم که حداکثر ۳ رأس خواهد بود.



(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل دوم - گراف مکمل) (سخت)

۱۲- گزینه «۲» - چون در این گراف $\delta = 3$ است پس حداکثر ۳ رأس از درجه $(P-1)$ داریم و

دنباله درجات رئوس این گراف که حداکثر تعداد یال را داشته باشد به صورت زیر است.

$$7, 7, 7, 6, 6, 6, 6, 6, 3$$

$$\sum_{i=1}^p \deg V_i = 2q \Rightarrow 7 + 7 + 7 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 3 = 2q$$

$$\Rightarrow 48 = 2q \Rightarrow q = 24$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل دوم - دنباله درجات رئوس) (دشوار)

۱۳- گزینه «۳» - می‌دانیم اگر مرتبه گرافی γ باشد حداکثر می‌تواند ۲۱ یال داشته باشد، پس

گرافی با ۷ رأس و ۱۷ یال وجود دارد که ۲ رأس از گراف اصلی ایزوله باقی می‌ماند.

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل دوم - رأس ایزوله و گراف کامل) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» - در گراف P_n بزرگترین مسیر طول $(n-1)$ دارد و تنها یک مسیر از آن

وجود دارد پس:

$$n - 1 = 6 \Rightarrow n = 7$$

در گراف C_m تنها یک دور به طول m داریم پس $m = 4$:

$$n + m = 7 + 4 = 11$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل دوم - مسیر و دور) (متوسط)