

ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۴» -

$$q \equiv T$$

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow \sim r)] \Leftrightarrow [\sim (q \vee r) \Rightarrow p] \equiv$$

$$[(p \Rightarrow T) \wedge (\sim T \Rightarrow \sim r)] \Leftrightarrow [\sim (T \vee r) \Rightarrow p] \equiv [T \wedge T] \Leftrightarrow [F \Rightarrow p] \equiv T$$

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T
T	F	T	F	F	F
F	T	T	F	T	F

(اکبری) (فصل اول - درس ۱ - ترکیب گزارهها) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - نام این استدلال، استدلال استثنایی می باشد که روش به کار رفته در این استدلال همیشه درست است، بنابراین گزینه های «۱» و «۲» نادرست است. نتیجه استدلال نیز درست است. چون مقدمه ۱ درست است. می دانیم که در یک معادله درجه دوم اگر $\Delta > 0$ باشد، معادله دو جواب حقیقی متمایز دارد.

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - استدلال ریاضی) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - نکته:

$$\begin{cases} f(x) = x & \text{تابع همانی} \\ g(x) = c & \text{تابع ثابت} \end{cases}$$

$$\text{تابع همانی } f(x) = (a^2 - b)x$$

$$\text{تابع ثابت } g(x) = (b^2 - 9)x + (a^2 - 1)c$$

$$b^2 - 9 = 0 \Rightarrow b = \pm 3$$

چون $g(x)$ تابع ثابت است، پس داریم:

چون $f(x)$ تابع همانی است، بنابراین داریم:

$$a^2 - b = 1 \Rightarrow a^2 - 3 = 1 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$a^2 - (-3) = 1 \Rightarrow a^2 = -2 \times x$$

$$f(x) - g(x) = x + 15 \Rightarrow g(x) = -15 \Rightarrow (a^2 - 1)c = -15$$

تابع همانی

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow 3c = -15 \Rightarrow c = -5 \Rightarrow ac = -10 \\ a = -2 \Rightarrow 3c = -15 \Rightarrow c = -5 \Rightarrow ac = 10 \end{cases}$$

(سراسری - ۱۴۰۱ با تغییر) (فصل دوم - درس ۱ - تابع ثابت، تابع همانی) (دشوار)

۴- گزینه «۳» - $x = -\sqrt{18}$ در محدوده $x < -1$ قرار دارد، بنابراین از ضابطه سوم استفاده می کنیم:

$$f(-\sqrt{18}) = -3$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۱ - تابع چندضابطه ای) (آسان)

۵- گزینه «۲» - تابع علامت را با $y = \text{sign}(x)$ نشان می دهند:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

تابع با ضابطه $f(x) = [x]$ را تابع جزء صحیح می نامند، که به همه اعداد بین دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$ را نسبت می دهد و به عدد صحیح k هم خودش یعنی k را نسبت می دهد. حال مقادیر تابع f را به ازای x های دامنه حساب می کنیم.

$$f(2) = \frac{2(2) - 3}{[-2] + \text{sign}(2)} = \frac{1}{-2+1} = -1$$

$$f(-0.5) = \frac{2(-0.5) - 3}{[0] + \text{sign}(-0.5)} = \frac{-1}{0-1} = 1$$

$$f(1/4) = \frac{2(1/4) - 3}{[-1/4] + \text{sign}(1/4)} = \frac{-0.75}{-0.25+1} = -0.75$$

$$f(-3/5) = \frac{2(-3/5) - 3}{[3/5] + \text{sign}(-3/5)} = \frac{-1.4}{3-1} = -0.7 \Rightarrow \min = -0.7$$

(سراسری خارج از کشور - ۱۴۰۰ با تغییر) (فصل دوم - درس ۲ - تابع علامت، تابع جزء صحیح) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - چون $\text{sign}(x) = -1$ شد، بنابراین عبارت داخلش باید عددی منفی باشد؛

یعنی با توجه به گزینه ها فقط گزینه «۱» بزرگتر از $\frac{1}{3}$ می باشد.

$$\frac{1}{3} - m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{3}$$

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

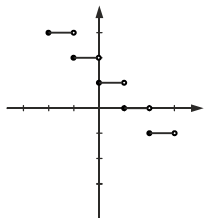
(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع علامت) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - تابع پلکانی: به تابعی چندضابطه ای که همه ضابطه های آن عدد ثابت باشند، تابع پلکانی می گویند، بنابراین در تابع داده شده باید ضریب x صفر شود تا تابع پلکانی شود.

$$\frac{k}{2} + 3 = 0 \Rightarrow \frac{k}{2} = -3 \Rightarrow k = -6$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع پلکانی) (آسان)

۸- گزینه «۲» -



$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow f(x) = -(-2) + 1 = 3$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow f(x) = -(-1) + 1 = 2$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = 0 + 1 = 1$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = -1 + 1 = 0$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow f(x) = -2 + 1 = -1$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع جزء صحیح) (متوسط)

۹- گزینه «۴» - با توجه به تعریف تابع قدرمطلق داریم:

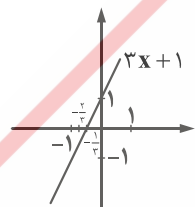
$$|u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$$

$$|2x - 4| = \begin{cases} 2x - 4 & 2x - 4 \geq 0 \\ -(2x - 4) & 2x - 4 < 0 \end{cases} \Rightarrow |2x - 4| = \begin{cases} 2x - 4 & x \geq 2 \\ -2x + 4 & x < 2 \end{cases}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع قدرمطلق) (متوسط)

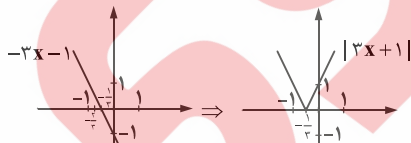
۱۰- گزینه «۳» -

$$f(x) = |3x + 1| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \geq -\frac{1}{3} \\ -3x - 1 & x < -\frac{1}{3} \end{cases} \quad |u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$$



x	$-\frac{1}{3}$	0
y	0	1

x	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
y	0	1



(تمرین کتاب درسی) (فصل دوم - درس ۲ - تابع قدرمطلق) (دشوار)