

ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۱» -

$$(p \wedge q) \equiv T \Rightarrow p \equiv T, q \equiv T \Rightarrow \sim(p \Rightarrow \sim q) \equiv \sim(T \Rightarrow \sim T) \equiv \underbrace{(T \Rightarrow F)}_F \equiv \sim F \equiv T$$

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(اکبری) (فصل اول - درس ۱ - ترکیب شرطی دو گزاره) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} s \equiv T \\ p \vee q \equiv F \Rightarrow p \equiv F, q \equiv F \end{cases}$$

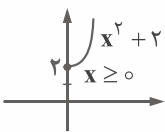
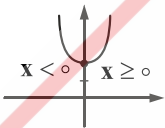
$$\sim(p \wedge r) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow \sim s) \equiv \sim(\underbrace{F \wedge r})_F \Leftrightarrow (F \Leftrightarrow \sim T) \equiv (\sim F) \Leftrightarrow \underbrace{(F \Leftrightarrow F)}_T \equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$$

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

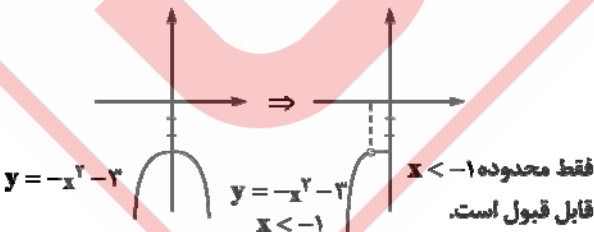
(اکبری) (فصل اول - درس ۱ - ترکیب دو شرطی گزاره) (دشوار)

۳- گزینه «۴» - هر ضابطه را در محدوده دامنه خودش رسم می‌کنیم. $f(x) = x^2 + 2$: برای $x \geq 0$: رسم این نمودار، سهمی $y = x^2$ را ۲ واحد به بالا می‌بریم:



در محدوده $x \geq 0$ فقط سمت راست محور y ها می‌ماند:

$f(x) = -x^2 - 3$: برای $x < -1$: رسم این نمودار نیز ابتدا سهمی $y = x^2$ را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم، پس ۳ واحد به پایین انتقال می‌دهیم:



(اکبری) (فصل دوم - درس ۱ - تابع چندضابطه‌ای) (دشوار)

۴- گزینه «۳» - به تابعی که ضابطه‌اش $f(x) = x$ باشد، تابع همانی می‌گوییم؛ در واقع تابع همانی تابعی است که هر عددی که واردش شود، همان عدد را به عنوان خروجی می‌دهد.

$$(-4, -a) \Rightarrow -4 = -a \Rightarrow a = 4$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۱ - تابع همانی) (آسان)

۵- گزینه «۱» - به تابعی چند ضابطه‌ای که همه ضابطه‌هایش، عدد ثابت باشد، تابع پلکانی می‌گویند. ضابطه اول که یک عدد ثابت است، برای ثابت بودن ضابطه دوم نیز باید ضریب x صفر باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{m}{2} + 2 = 0 \Rightarrow \frac{m}{2} = -2 \Rightarrow m = -4$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع پلکانی) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - تابع علامت را با $y = \text{sign}(x)$ نشان می‌دهند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{8} - 5 < 0 \\ \frac{5}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{sign}(\sqrt{8} - 5) = -1, \text{sign}\left(\frac{5}{2}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \text{sign}(\sqrt{8} - 5) + \text{sign}(0) - \text{sign}\left(\frac{5}{2}\right) = -1 + 0 - 1 = -2$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع علامت) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - تابعی را که به هر عدد صحیح k خود همان عدد و به تمام اعداد میان دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$ ، عدد صحیح k را نسبت می‌دهد، تابع جزء صحیح می‌نامند که با $f(x) = [x]$ نمایش می‌دهند.

$$\begin{cases} -3 \leq -2/7 < -2 \Rightarrow [-2/7] = -3 \\ 0 \leq \frac{1}{4} < 1 \Rightarrow [\frac{1}{4}] = 0 \\ 2 \leq \sqrt{8} < 3 \Rightarrow [\sqrt{8}] = 2 \\ -1 \leq -0/3 < 0 \Rightarrow [-0/3] = -1 \\ 0 \leq 0/8 < 1 \Rightarrow [0/8] = 0 \end{cases} \Rightarrow A = \frac{-3 + 0 - 2}{9 - (-1) + 0} = \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع جزء صحیح) (متوسط)

۸- گزینه «۳» - اگر $[x] = k$ باشد، آن‌گاه $k \leq x < k+1$ می‌باشد:

$$[x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع جزء صحیح) (آسان)

۹- گزینه «۴» -

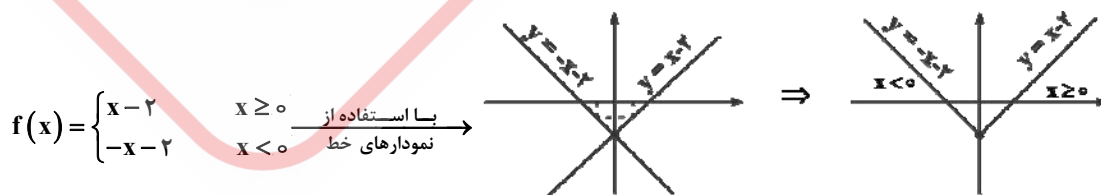
$$\begin{aligned} \sqrt{5} < 4 &\Rightarrow \underbrace{|\sqrt{5} - 4|}_{\text{عددی منفی}} = -(\sqrt{5} - 4) \\ \underbrace{|2 + \sqrt{5}|}_{\text{عددی مثبت}} &= 2 + \sqrt{5} \\ |-4| &= -(-4) = 4 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &|\sqrt{5} - 4| + |2 + \sqrt{5}| - |-4| = -(\sqrt{5} - 4) + (2 + \sqrt{5}) - 4 \\ &= -\sqrt{5} + 4 + 2 + \sqrt{5} - 4 = 2 \end{aligned}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع قدرمطلق) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - برای رسم نمودار $f(x) = |x| - a$ ، کافی است نمودار $y = |x|$ را a واحد به سمت پایین ببریم:



روش دوم:



(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع قدرمطلق) (متوسط)