

ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۳» -

$$\begin{aligned}
 (\sim q \wedge p) \vee (\sim p) &\xrightarrow{\text{خاصیت جابه‌جایی}} (\sim p) \vee (\sim q \wedge p) \xrightarrow{\text{خاصیت پخششی}} (\sim p \vee \sim q) \wedge \underbrace{(\sim p \vee p)}_T \\
 &\xrightarrow{\text{خاصیت دمورگان}} \sim (p \wedge q) \wedge T
 \end{aligned}$$

برای اینکه ارزش گزاره نادرست باشد باید p و q ارزش درست داشته باشند:

$$\sim (T \wedge T) \wedge T \equiv \sim T \wedge T \equiv F \wedge T \equiv F$$

در سایر موارد اگر ارزش p و q ، درست - نادرست یا نادرست - درست و یا هر دو نادرست باشند ارزش گزاره درست می‌شود. بنابراین برای

این که ارزش گزاره نادرست باشد باید هم p و هم q ارزش درست داشته باشند. (اکبری) (فصل اول - ترکیب گزاره‌ها)

۲- گزینه «۱» - می‌دانیم ارزش گزاره t درست است پس $q \vee t$ نیز درست است. برای آن که ارزش $(\sim p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \vee t)$ نادرست باشد

باید $q \Rightarrow \sim p$ نادرست باشد بنابراین باید p درست و q نادرست باشد این بدان معنی است که p نادرست و q درست باشد.

$$(p \vee q) \Rightarrow \sim t$$

$$(F \vee T) \Rightarrow F \rightarrow T \Rightarrow F \equiv F$$

(اکبری) (فصل اول - ترکیب گزاره‌ها)

۳- گزینه «۲» - می‌دانیم رابطه‌ای تابع است که به ازای هر مقدار دلخواه برای x ، حداکثر یک مقدار برای y به دست آید. (اکبری) (فصل دوم - مفهوم تابع)

۴- گزینه «۴» - چون نیم‌ساز ناحیه اول و سوم است پس $y = +x$ یعنی مؤلفه دوم مساوی با مؤلفه اول زوج مرتب است، بنابراین داریم:

$$\frac{m^2 - 4m + 2}{m^2} = 1 \Rightarrow m^2 - 4m + 2 = m^2 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

(اکبری) (فصل دوم - تابع همانی)

۵- گزینه «۲» - $f(kx) = c \Rightarrow f$ تابعی ثابت باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست. در $f(x) = c$ برد فقط c است.

گزینه «۳»: درست. اگر f تابعی ثابت باشد در این صورت $y_1 = y_2 = y_3$ بنابراین واریانس این ۳ عدد صفر است.

گزینه «۴»: درست. چون برد تابع ثابت f فقط دارای یک عضو است. (اکبری) (فصل دوم - تابع ثابت)

۶- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{aligned}
 f(\sqrt{2}) : f(x) &= x^2 + 1 = 3 \\
 f(5) : f(x) &= 3 \\
 f(-3) : f(x) &= \frac{x-1}{2} = \frac{-3-1}{2} = -2
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(\sqrt{2}) + f(5) + f(-3) = 3 + 3 - 2 = 4$$

(اکبری) (فصل دوم - تابع چند ضابطه‌ای)

۷- گزینه «۴» - چون نمی‌دانیم k در کدام یک از محدوده‌های $x \geq 2$ و $x < 2$ قرار دارد باید هر دو حالت را حل کنیم و سپس جواب به دست آمده

را بررسی کنیم.

$$\text{در محدوده } x \geq 2 : f(-k) = 3 \Rightarrow 2(-k) - 1 = 3 \Rightarrow -2k = 4 \Rightarrow k = -2$$

$k = -2$ در محدوده $x \geq 2$ قرار ندارد. پس قابل قبول نیست.

$$\text{در محدوده } x < 2 : f(-k) = 3 \Rightarrow \frac{2(-k) + 2}{4} = 3 \Rightarrow -2k + 2 = 12 \Rightarrow k = -\frac{10}{2} \Rightarrow k = -5$$

k در محدوده $x < 2$ قرار دارد. پس قابل قبول است. (اکبری) (فصل دوم - تابع چند ضابطه‌ای)

۸- گزینه «۳» - تابعی چند ضابطه‌ای که همه ضابطه‌هایش عدد ثابت باشند تابع پلکانی می‌گویند. بنابراین برد آن دارای بیش از ۱ عضو است.

(اکبری) (فصل دوم - تابع علامت و تابع پلکانی)

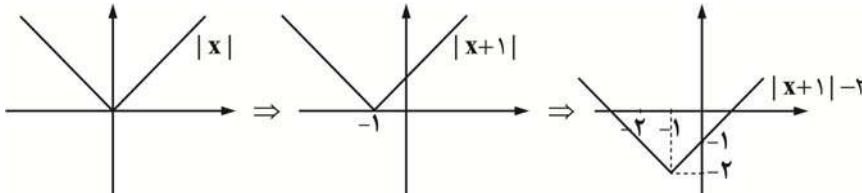
۹- گزینه «۱» -

$$-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 2} -1 \leq 2x < 1 \Rightarrow 0 \leq 2x+1 < 2 \Rightarrow [2x+1]=0$$

$$-1 \leq 2x < 1 \Rightarrow -2 \leq 2x-1 < 0 \Rightarrow [2x-1]=-2 \Rightarrow [2x+1]-[2x-1]=0-(-2)=2$$

(اکبری) (فصل دوم - تابع جزء صحیح)

۱۰- گزینه «۲» - نمودار $f(x) = |x+a| - b$ از انتقال $f(x) = |x|$ به اندازه a واحد به چپ و b واحد به پایین به دست می آید.



(اکبری) (فصل دوم - تابع قدرمطلق)