ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۳» ـ از ترکیب‌های عطفی و فصلی استفاده کرده‌ایم:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

$$(\sim p \wedge q) \vee r \equiv (\sim F \wedge T) \vee r \equiv (\underbrace{T \wedge T}_{T}) \vee r \equiv T \vee r \equiv T$$

r چه درست باشد چه نادرست جواب همیشه درست است و وابسته به r نیست.

(اکبری) (فصل اول ـ درس اول ـ گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۲- گزینه «۱» ـ با توجه به مثال «الف» صفحه ۹ کتاب درسی داریم:

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow q) \equiv (\sim F \vee T) \Leftrightarrow (r \Rightarrow T) \equiv (\underbrace{T \vee T}_{T}) \Leftrightarrow (r \Rightarrow T) \equiv$$

$$T \Leftrightarrow (\overbrace{\underbrace{r \Rightarrow T}}^{T}) \equiv T$$

r چه درست باشد چه نادرست این گزاره همیشه درست است.

(اکبری) (فصل اول ـ درس اول ـ گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها) (دشوار)

۳- گزینه «۲» ـ تابع $\begin{cases} f : A \to B \\ f(x) = C \end{cases}$ که در آن $R = \{C\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند. تابع ثابت به‌ازای هر مقداری، فقط یک خروجی دارد که برابر C می‌باشد:

$$\underbrace{f(x) = -2}_{\text{تابع ثابت}} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -2 \\ f(-1) = -2 \end{cases} \Rightarrow f(1) - f(-1) = -2 - (-2) = 0$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس اول ـ توابع ثابت) (متوسط)

۴- گزینه «۴» ـ تابع رسم شده از دو بخش تشکیل شده است. بخش راست یک تابع ثابت می‌باشد که فقط در محدوده $x \geq 2$ قابل قبول است:

$$f(x) = 2$$

بخش چپ یک تابع خطی می‌باشد که نشان‌دهنده $f(x) = -x$ می‌باشد که در محدوده $x \leq -2$ رسم شده است:

x	y
−۱	۱
−۲	۲
−۳	۳

$$\Rightarrow f(x) = -x \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2 & x \geq 2 \\ -x & x \leq -2 \end{cases}$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس اول ـ توابع چند ضابطه‌ای) (متوسط)

۵- گزینه «۲» ـ فقط گزینه «۲» نادرست است: چون برد تابع ثابت فقط یک عضو دارد نه تابع همانی (اکبری) (فصل دوم ـ درس اول ـ تابع همانی) (آسان)

۶- گزینه «۳» ـ تابع پلکانی، یک تابع چند ضابطه‌ای است که در هر ضابطه مقدار تابع، عددی ثابت است. برای به‌دست آوردن $f(3)$ باید از ضابطه پایین استفاده کنیم چون ۳ در محدوده $x > 1$ قرار دارد. برای به‌دست آوردن $f(1)$ نیز از ضابطه بالا استفاده می‌کنیم چون ۱ در محدوده $x \leq 1$ قرار دارد. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} f(3) = 3 \\ f(1) = -2 \end{cases} \Rightarrow f(3) - f(1) = 3 - (-2) = 5$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس دوم ـ توابع پلکانی و قدرمطلقی) (متوسط)

۷- گزینه «۱» ـ تابع $f(x)=\text{sign}(x)$ را تابع علامت می‌نامند که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x=0\\ -1 & x<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{3}>0 \Rightarrow \text{sign}(\sqrt{3})=1\\ \underbrace{1-\sqrt{3}}_{1/7}<0 \Rightarrow \text{sign}(1-\sqrt{3})=-1\end{cases}\Rightarrow \text{sign}(\sqrt{3})-\text{sign}(1-\sqrt{3})=1-(-1)=2$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس دوم ـ توابع پلکانی و قدرمطلقی) (متوسط)

۸- گزینه «۴» ـ تابعی را که به هر عدد صحیح k خود همان عدد و به تمام اعداد میان دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$، عدد صحیح k را نسبت می‌دهد، تابع جزء صحیح می‌نامند. ضابطه این تابع با $g(x)=[x]$ معرفی می‌شود، بنابراین داریم:

$$x=2/8 \Rightarrow -3<-2/8<-2 \Rightarrow [-2/8]=-3$$

$$2<2/8<3 \Rightarrow [2/8]=2$$

$$2\times 2/8=5/6 \Rightarrow 5<5/6<6 \Rightarrow [5/6]=5$$

$$[-x]+[x]+[2x]=-3+2+5=4$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس دوم ـ توابع پلکانی و قدرمطلقی) (دشوار)

۹- گزینه «۲» ـ اگر $[x]=k$ باشد آن‌گاه $k\le x<k+1$ است.

$$[x]=2 \Rightarrow 2\le x<2+1 \Rightarrow 2\le x<3$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس دوم ـ توابع پلکانی و قدر مطلقی) (آسان)

۱۰- گزینه «۳» ـ با توجه به تعریف قدرمطلق:

$$|u|=\begin{cases}u & u\ge 0\\ -u & u<0\end{cases}$$

$$f(x)=|3x-9|=\begin{cases}3x-9 & 3x-9\ge 0\\ -(3x-9) & 3x-9<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3x-9 & x\ge 3\\ -3x+9 & x<3\end{cases}\Rightarrow f(x)=\begin{cases}3x-9 & x\ge 3\\ -3x+9 & x<3\end{cases}$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس دوم ـ توابع پلکانی و قدر مطلقی) (متوسط)