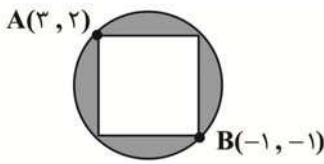


ریاضی ۲

۱- گزینه «۴» -



$$AB = \sqrt{(3+1)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{16+9} = 5$$

$$\left. \begin{aligned} \text{مربع } S &= \frac{AB^2}{2} = \frac{25}{2} \\ \text{دایره } S &= \pi \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 3\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{75}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{رنگی } S = \frac{75}{4} - \frac{25}{2} = \frac{25}{4}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - فاصله بین دو نقطه) (متوسط)

۲- گزینه «۲» -

نقطه‌ای دلخواه روی خط $y = x - 1$: $P(x, x-1)$

$$\frac{|2x - 3(x-1) - 5|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \sqrt{13} \Rightarrow |-x - 2| = 13 \Rightarrow -x - 2 = \pm 13 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 11 \\ x_2 = -15 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = -4$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - فاصله نقطه از خط) (دشوار)

۳- گزینه «۲» - اگر طول راس سهمی را با x_S نمایش دهیم، آن‌گاه:

$$x_S < 0 \Rightarrow -\frac{a+3}{2(a-5)} < 0 \Rightarrow \frac{a+3}{5-a} < 0 \Rightarrow a < -3 \text{ یا } a > 5$$

$$\text{عرض از مبدأ سهمی} = -1 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow f(x) = (a-5)x^2 + (a+3)x - 1$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (a+3)^2 + 4(a-5) = 0 \Rightarrow a^2 + 6a + 9 + 4a - 20 = 0 \Rightarrow a^2 + 10a - 11 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \text{ (غ ق)} \\ a = -11 \end{cases}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - تابع درجه ۲) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

$$x + y = 50 \Rightarrow y = 50 - x$$

$$S = xy = x(50 - x) \Rightarrow S(x) = -x^2 + 50x \Rightarrow S_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{2500}{4(-1)} = 625$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - ماکزیمم و مینیمم تابع درجه ۲) (آسان)

۵- گزینه «۳» - فرض می‌کنیم $x^2 + x + 3 = t$ باشد، در این صورت:

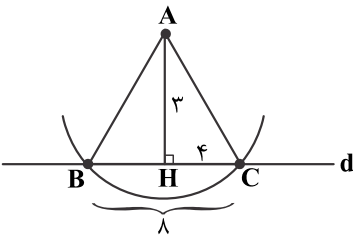
$$\sqrt{t} + \sqrt{t+7} = 7 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} t + t + 7 + 2\sqrt{t^2 + 7t} = 49 \Rightarrow \sqrt{t^2 + 7t} = 21 - t$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} t^2 + 7t = 441 - 42t + t^2 \Rightarrow 49t = 441 \Rightarrow t = \frac{441}{49} \Rightarrow t = 9$$

$$\Rightarrow x^2 + x + 3 = 9 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{هر دو جواب، قابل قبول اند.}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس سوم - معادلات رادیکالی) (دشوار)

۶- گزینه «۳» -



$$\left. \begin{aligned} AH = 3 \\ S = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow BC = 8 \Rightarrow CH = 4$$

$$AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AC = 5$$

به مرکز A و شعاع ۵ یک دایره رسم می‌کنیم. چون $5 > 3$ است، بنابراین دایره رسم شده خط d را در دو نقطه B و C قطع خواهد کرد. مثلث

ABC، مثلث مورد نظر است. (گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس اول - رسم مثلث) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - AB، EF و DC بر BC عمود هستند پس:

$$\left. \begin{aligned} AB \perp BC \\ EF \perp BC \\ DC \perp BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB \parallel EF \parallel DC$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta ABC: EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{FC}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{8}{12} \\ \Delta BCD: EF \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{DC} \Rightarrow \frac{EF}{DC} = \frac{4}{12} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{EF}{DC} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{DC}{AB} = 2 \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$$

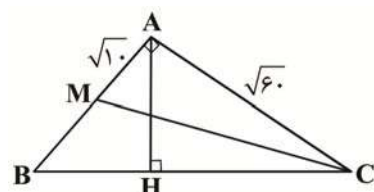
(کتاب همراه علوی) (فصل دوم - درس دوم - قضیه تالس) (دشوار)

- ۸- گزینه «۳» - در گزینه «۳» نسبت تشابه «۳» می باشد، یعنی همه اضلاع سه برابر شده اند.
 (آزاد ریاضی - ۷۳) (فصل دوم - درس سوم - تشابه دو مثلث) (آسان)
- ۹- گزینه «۳» - بزرگترین میانه، همواره بر وسط کوچک ترین ضلع مثلث وارد می شود.

$$BC = 4 + 6 = 10$$

$$AC^2 = 6 \times 10 \Rightarrow AC = \sqrt{60}$$

$$AB^2 = 4 \times 10 \Rightarrow AB = \sqrt{40}$$



$$CM^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{60})^2 \Rightarrow CM = \sqrt{70}$$

بنابراین:

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس سوم - روابط طولی در مثلث) (متوسط)

- ۱۰- گزینه «۴» - تابع $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ یک تابع گویا است هرگاه $g(x)$ و $h(x)$ چند جمله ای باشند و $h(x) \neq 0$ باشد.

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس اول - توابع گویا) (آسان)

- ۱۱- گزینه «۳» - نمودار رسم شده در صورت سؤال، از انتقال تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ دو واحد به راست و یک واحد به بالا به دست می آید.

$$f(x) = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{دو واحد به راست}} f(x) = \frac{1}{x-2} \xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} f(x) = \frac{1}{x-2} + 1 = \frac{x-1}{x-2}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس اول - توابع گویا) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» -

$$-1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0$$

$$-1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = -1$$

$$A = 0 + (-1) = -1$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس دوم - تابع جزء صحیح) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» -

$$a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$a = -1$: $f = \{(3, 2)(-1, 5)(b, 2)(-1, 4)\}$ رابطه تابع نیست. (غیر قابل قبول)

$a = 2$: $f = \{(3, 2)(2, 5)(b, 2)(-1, 4)\}$ رابطه تابع است. (قابل قبول)

$b = 3$ رابطه تابع یک به یک است (قابل قبول)

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس دوم - تابع یک به یک) (آسان)

۱۴- گزینه «۳» -

$$f^{-1}(6): x + \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow f^{-1}(6) + f^{-1}(12) = 4 + 9 = 13$$

$$f^{-1}(12): x + \sqrt{x} = 12 \Rightarrow x = 9$$

(سراسری تجربی - ۹۹) (فصل سوم - درس دوم - تابع وارون) (متوسط)

۱۵- گزینه «۲» -

$$2f = \{(-1, 2), (1, 4), (0, 8), (2, 0)\} \Rightarrow D_{2f} = \{-1, 1, 0, 2\}$$

$$3g(x) = 3\sqrt{1-x^2} \Rightarrow D_{3g}: 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_{3g} = [-1, 1]$$

$$D_{2f-3g} = D_{2f} \cap D_{3g} = \{-1, 0, 1\} \Rightarrow 2f-3g = \{(-1, 2), (0, 5), (1, 4)\}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس سوم - اعمال جبری روی توابع) (متوسط)

۱۶- گزینه «۳» -

$$D_f = [-2, 3] - \{0\}$$

$$D_g = (-\infty, 2]$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, 2$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\} = ([-2, 3] - \{0\}) \cap (-\infty, 2] - \{-2, 2\}$$

$$= \underbrace{(-2, 0)}_{-1} \cup \underbrace{(0, 2)}_1 \Rightarrow \text{شامل دو عدد صحیح ۱ و -۱ است.}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس سوم - اعمال جبری روی توابع) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» -

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\}, D_{f+g} = \mathbb{R} - \{2\} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} \text{ یا } \mathbb{R} - \{2\}$$

اگر $D_g = \mathbb{R}$ باشد، یعنی مخرج ریشه ندارد و $\Delta < 0$ است. یعنی $a^2 - 4b < 0$ که مقدار عددی خاصی به ما نمی‌دهد. اگر $D_g = \mathbb{R} - \{2\}$ باشد، یعنی $x^2 + ax + b = (x-2)^2$ است و داریم:

$$x^2 + ax + b = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow a = -4, b = 4$$

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس سوم - اعمال جبری روی توابع) (متوسط)

۱۸- گزینه «۱» -

$$40^\circ = 40 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{9}$$

$$180^\circ - (40^\circ + \frac{3\pi}{5}) = \pi - (\frac{2\pi}{9} + \frac{3\pi}{5}) = \pi - \frac{10\pi + 27\pi}{45} = \frac{8\pi}{45}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس اول - رادیان) (آسان)

۱۹- گزینه «۳» - می‌دانیم اگر $0 < \alpha < 180^\circ$ باشد، آن‌گاه هر چه α به 90° نزدیک‌تر باشد، سینوس آن بزرگتر است. همچنین $1 = 57/3^\circ$ رادیان. بنابراین:

$$\sin 1 \approx \sin 57/3^\circ < \sin 80^\circ$$

$$\tan 2 \approx \tan(2 \times 57/3^\circ) = \underbrace{\tan 114/6^\circ}_{\text{ربع دوم (منفی)}} < \tan 1 \approx \underbrace{\tan(57/3^\circ)}_{\text{ربع اول (مثبت)}}$$

$$\sin 3 \approx \sin(3 \times 57/3^\circ) = \sin(171/9^\circ) < \sin \frac{12^\circ}{4} \text{ به } 90^\circ \text{ نزدیک تر است.}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس اول - رادیان) (متوسط)

۲۰- گزینه «۲» -

$$r = 10, L = AB = 1/25\pi \Rightarrow \theta = \frac{L}{r} = \frac{1/25\pi}{10} = \frac{\pi}{250}$$

مساحت $\pi \times 10^2$	S	$\Rightarrow S = \frac{\pi \times 100\pi}{2\pi} = \frac{100}{16}\pi = 6/25\pi$
زاویه 2π	$\frac{\pi}{8}$	

(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس اول - رادیان) (متوسط)