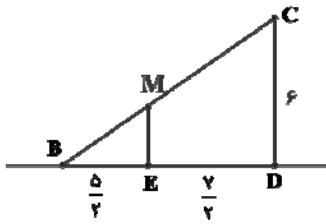


ریاضی

۱- گزینه «۲» -



$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \quad C \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\text{محور تقارن } x = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{BE}{BD} = \frac{EM}{DC}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{y}{6} \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

(میرزایی) (نمودار معادله درجه دوم - محور تقارن) (دشوار)

۶- گزینه «۲» -

$$x(x-1)(x+1) \left( \frac{2x}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x^2-x} \right)$$

$$2x^2 + 2x(x-1) = (x+1)(2-x)$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق } x = 1 \\ \text{ق ق } x = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$x = \frac{-2}{5} \quad \text{صدق ریشه} \quad 5x^2 + (k+1)x - 1 = 0$$

$$5 \left( \frac{-2}{5} \right) + (k+1) \left( \frac{-2}{5} \right) - 1 = 0 \Rightarrow \frac{4}{5} + \frac{-2k-2}{5} - 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{k^2+1}{k} = k + \frac{1}{k} = \frac{-3}{2} + \frac{-2}{3} = \frac{-13}{6}$$

(میرزایی) (معادله گویا و گنگ - حل معادله گویا) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - شرایطی که اعداد باید داشته باشند تا تشکیل یک مثلث را بدهند.

۱ - طول اضلاع باید مثبت باشند:

$$\begin{cases} x-8 > 0 \Rightarrow x > 8 \\ 2x > 0 \Rightarrow x > 0 \\ 12-x > 0 \Rightarrow x < 12 \end{cases} \rightarrow \text{اشتراک} \rightarrow 8 < x < 12 \text{ (I)}$$

۲- در نامساوی مثلثی صدق کنند. (مجموع دو ضلع از ضلع سوم بزرگتر باشد).

$$\begin{cases} 12-x+2x > x-8 \Rightarrow 12 > -8 \\ 12-x+x-8 > 2x \Rightarrow x < 2 \\ x-8+2x > 12-x \Rightarrow x > 5 \end{cases} \rightarrow \text{اشتراک} \rightarrow \emptyset \text{ (II)}$$

$$(I) \cap (II) \Rightarrow \emptyset$$

(میرزایی) (هندسه - ترسیم‌های هندسی) (متوسط)

۸- گزینه «۳» - بنا به قضیه تالس داریم:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\frac{13}{MB} = \frac{12}{8} \rightarrow MB = \frac{26}{3}$$

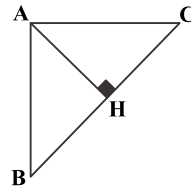
$$AM^2 = NM^2 + AN^2 \rightarrow NM = \sqrt{169 - 144} = 5$$

بنا به قضیه تالس تعمیم یافته:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{NM}{BC} \Rightarrow \frac{12}{20} = \frac{5}{BC} \Rightarrow BC = \frac{25}{3}$$

$$\text{محیط } P = 8 + 5 + \frac{26}{3} + \frac{25}{3} = 13 + 17 = 30$$

(میرزایی) (هندسه - قضیه تالس) (متوسط)



$$\text{شیب خط BC} = m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{4-1}{4-1} = 1$$

$$y-1 = 1(x-1) \Rightarrow y = x$$

$$y-x = 0$$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4-1|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -

$$d: 5x - 12y + 8 = 0$$

$$d': 5x - 12y - 5 = 0$$

$$\text{قطر دایره } D = \frac{|8+5|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{13}{13} = 1$$

$$r = \frac{D}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi}{4}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو خط موازی) (متوسط)

۳- گزینه «۴» -

$$\text{گزینه «۴»} = \frac{b(a+c)}{s+p} = \frac{(+)(-)}{(+)(+)} = (-)$$

$$c < 0, b > 0, a < 0$$

$$\beta > 0, \alpha > 0$$

$$S = \alpha + \beta > 0$$

$$P = \alpha \beta > 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac > 0 \text{ چون دو صفر تابع دارد}$$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - علامت ضرایب) (آسان)

۴- گزینه «۳» -

$$\sqrt{x+7} = 7 - \sqrt{x} \rightarrow x+7 = 49 - 14\sqrt{x} + x$$

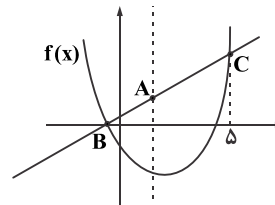
$$14\sqrt{x} = 42 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow \text{قابل قبول} \Rightarrow k = 9$$

$$9x^2 + 9x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ s = -\frac{b}{a} = -1 \\ p = \frac{c}{a} = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\beta \alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha \beta} = \frac{s^2 - 2p}{p} = \frac{1 - \frac{2}{9}}{\frac{1}{9}} = 7$$

(میرزایی) (معادله گنگ - معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (متوسط)

۵- گزینه «۲» - روش اول:



محور تقارن تابع

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \quad C \begin{cases} x = 5 \\ y = f(\delta) = 6 \end{cases}$$

$$d \text{ شیب: ضابطه خط } m = \frac{6-0}{\delta-(-1)} = 1$$

$$y-0 = 1(x+1) \Rightarrow y = x+1$$

$$A \begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} \end{cases}$$

روش دوم: به کمک قضیه تعمیم یافته تالس:

$a = 2, b = 3$   
 $2b + a = 2(3) + 2 = 8$

(میزرایی) تابع - معادله جز صحیح (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» - دو تابع  $f^{-1}, f$  نسبت به خط  $y = x$  متقارن هستند، پس قرینه خط  $y = x$  به  $\Delta y - 3x = 1$  همان وارون معادله خط است.

خط  $d: y - 3x = 1 \Rightarrow 3x = \Delta y - 1 \Rightarrow x = \frac{\Delta y}{3} - \frac{1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{\Delta y}{3} - \frac{1}{3}$

$d$  عرض از مبدا خط  $= -\frac{1}{3}$

(میزرایی) تابع - تابع وارون (متوسط)

۱۶- گزینه «۱» -

$D_h = \{-2, 2, 4\}$

$h = \frac{2f+g}{f+1} = \left\{ (-2, \frac{1}{6})(3, 9)(4, \frac{5}{4}) \right\}$

(میزرایی) تابع - اعمال جبری روی تابع (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» -

$f - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow D_f = [-2, 2]$

$D_g = \{-3, 0, 1, 2, 5\}$

$D_{2f+3g} = D_f \cap D_g = \{0, 1, 2\}$

$2f + 3g = \{(0, 16)(1, 2\sqrt{3} + 6)(2, 0)\}$

$x = 0: (2f + 3g)(0) = 2 \times 2 + 3(4) = 16$

$x = 1: (2f + 3g)(1) = 2\sqrt{3} + 3(2) = 2\sqrt{3} + 6$

$x = 2: (2f + 3g)(2) = 2(0) + 3(0) = 0$

(میزرایی) تابع - اعمال جبری تابع (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» -

خط  $d: \frac{x}{1} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow 2x + y = 2 \Rightarrow y = -2x + 2 \Rightarrow f(x) = -2x + 2$

$d'$  شیب  $m = \frac{2-0}{1+1} = 1$

$y - 0 = 1(x + 1) \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow g(x) = x + 1$

$h(x) = 2f(x) - g(x) = 2(-2x + 2) - (x + 1) = -6x + 6 - x - 1$

$h(x) = -7x + 5 \Rightarrow y = -7x + 5 \Rightarrow 7x = 5 - y$

$x = \frac{5}{7} - \frac{1}{7}y \Rightarrow h^{-1}(x) = \frac{5}{7} - \frac{1}{7}x$

(میزرایی) تابع - ترکیبی اعمال جبری تابع و وارون تابع (دشوار)

۱۹- گزینه «۴» -

$\hat{B} = 75^\circ \quad \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{75}{180} = \frac{\hat{B}}{\pi} \Rightarrow \hat{B} = \frac{15\pi}{36}$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \pi$

$\hat{\theta} + \frac{15\pi}{36} + \frac{5\pi}{18} = \pi \Rightarrow \hat{\theta} = \pi - \frac{25\pi}{36} = \frac{11\pi}{36}$

(میزرایی) مثلثات - رادیان (آسان)

۲۰- گزینه «۳» -

رادیان  $\theta = 45^\circ \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

$\overline{AB} = \ell = r \cdot \theta = (6400 + 600) \times \frac{\pi}{4} = 1750 \cdot \pi$

(میزرایی) مثلثات - رادیان (متوسط)

$S = \frac{1}{2} BC \times AH$

$16 = \frac{1}{2} \times BC \times 4$

$BC = 8 \Rightarrow BH = 4$

شعاع  $r = AB = r = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$

به مرکز  $A$  و به شعاع  $r = 4\sqrt{2}$  یک کمان رسم می کنیم

بنابراین این کمان رسم شده خط  $d$  را در دو نقطه  $C, B$  قطع خواهد کرد. مثلث  $ABC$

مثلث مورد نظر است. (میزرایی) هندسه - ترسیم های هندسی (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» - روابط طولی در مثلث قائم الزاویه:

$AC^2 = CH \times BC$

$AC^2 = 6 \times 10 = 60 \rightarrow AC = 2\sqrt{15}$

$AB^2 = BH \times BC \rightarrow AB^2 = 4 \times 10 = 40 \rightarrow AB = 2\sqrt{10}$

$AM = \frac{AB}{2} = \sqrt{10}$

$S_{\Delta ACM} = \frac{1}{2} AM \times AC = \frac{1}{2} (\sqrt{10})(2\sqrt{15})$

$S_{\Delta ACM} = 5\sqrt{6}$

(میزرایی) هندسه - روابط طولی (دشوار)

۱۱- گزینه «۳» -

دو مثلث  $ABC$

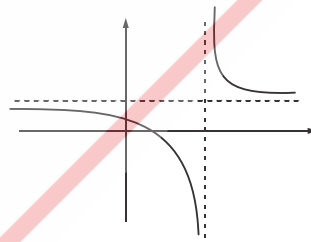
متقابل به راس  $\left\{ \begin{matrix} A = D = 90^\circ \\ C_1 = C_2 \end{matrix} \right.$  و  $CDE$  متشابه هستند.

$\frac{BC}{CE} = k$  نسبت تشابه  $\Rightarrow k = \frac{2}{5}$

$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta CDE}} = k \rightarrow \frac{2\sqrt{7}}{25} = \frac{4}{25} \rightarrow S_{\Delta CDE} = \frac{25}{2}\sqrt{7}$

(میزرایی) هندسه - تشابه دو مثلث (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -



$f(x) = \frac{(x-2)+1}{x-2} = \frac{x-2}{x-2} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 1$

مراحل رسم: (I) نمودار  $\frac{1}{x}$  را دو واحد به راست ببرید.

(II) سپس یک واحد در راستای قائم بالا ببرید. (میزرایی) تابع - رسم تابع گویا (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» -

$D = R - \{ \text{ریشه یا ریشه های مخرج} \}$

تعیین ریشه های مخرج:

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$2 + x = 0 \Rightarrow x = -2$

$3 + \frac{2x}{2+x} = 0 \Rightarrow \frac{2x}{2+x} = -3 \Rightarrow 2x = -6 - 3x \Rightarrow 5x = -6 \Rightarrow x = -\frac{6}{5}$

$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -2, -\frac{6}{5}, 2 \right\}$

(میزرایی) تابع - دامنه تابع گویا (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» -

$\frac{[x]}{x} = t \rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0$

$t = 2: [x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3$