

۱- گزینه «۲» -

$$S = \pi r^2 \Rightarrow 2\Delta\pi = \pi r^2 \Rightarrow r = \Delta$$

$$r = OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Delta = \frac{|2(2) + 4(-1) + a|}{\sqrt{2^2 + 4^2}} \Rightarrow |2 + a| = 2\Delta$$

$$\begin{cases} 2 + a = 2\Delta \Rightarrow a = 2\Delta \\ 2 + a = -2\Delta \Rightarrow a = -2\Delta \end{cases}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۲- گزینه «۲» -

$$M \text{ وسط پاره خط } BC \begin{cases} x = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = 0 \\ y = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{\Delta + 2}{2} = \Delta \end{cases}$$

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(0 - 2)^2 + (\Delta - \Delta)^2} = 2\sqrt{2}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه در صفحه) (آسان)

۳- گزینه «۴» -

$$x^2 + 2x = t$$

$$2t^2 - \Delta t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2}: x^2 + 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + 2x + \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta = 2 > 0 \Rightarrow S_1 = -2 \\ t = 3: x^2 + 2x = 3 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 > 0 \Rightarrow S_2 = -2 \end{cases}$$

$$S \text{ مجموع ریشه‌ها } S = S_1 + S_2 = -2 + (-2) = -4$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - حل به روش تغییر متغیر) (متوسط)

۴- گزینه «۱» - α و β صفرهای تابع f :

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

$$f(x) = a(x + 1)(x + 3)$$

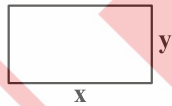
$$A \begin{matrix} 0 \\ 3 \end{matrix} \in f: 3 = a(1)(3) \Rightarrow a = 1$$

$$f(x) = (x + 1)(x + 3) = x^2 + 4x + 3$$

$$a + b + c = 1 + 4 + 3 = 8$$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - نوشتن ضابطه) (متوسط)

۵- گزینه «۲» -



$$\text{محیط: } 2(x + y) = 150$$

$$x + y = 75 \Rightarrow y = 75 - x$$

$$\text{مساحت } S = x \cdot y = x(75 - x)$$

$$S = -x^2 + 75x \Rightarrow \max \begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{-75}{2(-1)} = \frac{75}{2} \\ S_{\max} = -\left(\frac{75}{2}\right)^2 + \frac{75 \cdot 75}{2} = 75^2 \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow S_{\max} = 75^2 \left(\frac{1}{4}\right) \Rightarrow S_{\max} = \frac{5625}{4} \end{cases}$$

(میرزایی) (درجه دوم - ماکزیمم و مینیمم سهمی) (متوسط)

۶- گزینه «۲» -

$\max \Rightarrow a < 0, b > 0, c > 0$ دارد

چون دو ریشه دارد: $\Delta > 0$

علامت عبارت $= \Delta \cdot b \cdot c - a \cdot b \cdot c = (+) - (-) = (+)$

$$\frac{b+c}{a} \text{ علامت} = \frac{(+)}{(-)} = (-)$$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - علامت ضرایب ضابطه) (آسان)

۷- گزینه «۳» -

$3x(x-1) = \text{م.م.ک. مخرجها}$

$$3x(x-1) \left(\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} \right) = 3$$

$$18x^2 + (x-1)^2 = 9x(x-1) \Rightarrow 18x^2 + x^2 - 2x + 1 = 9x^2 - 9x$$

$$10x^2 + 7x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} \\ x_2 = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-7}{10} = -0.7$$

ریشه‌ها قابل قبول هستند و ریشه مخرج نیستند:

(میرزایی) (معادلات گویا و گنگ - حل معادله گویا) (متوسط)

۸- گزینه «۱» -

$$\sqrt{3x+4} = \sqrt{2x+1} + 1$$

$$3x+4 = 2x+1 + 2\sqrt{2x+1} + 1$$

$$2\sqrt{2x+1} = x+2 \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید.}} 4(2x+1) = x^2 + 4x + 4$$

$$8x+4 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

$$x_1 \times x_2 = 0 \times 4 = 0$$

هر دو جواب قابل قبول هستند \Rightarrow بررسی جواب‌ها

(کتاب همراه علوی) (معادلات گویا و گنگ - حل معادل گنگ) (متوسط)

۹- گزینه «۴» - می‌دانیم اگر پاره‌خطی به طول ۱۰ سانتی‌متر داشته باشیم و از یک سر آن کمانی به شعاع ۴ بزنیم و از سر دیگر آن پاره‌خطی به

شعاع ۲، این دو کمان هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند. (کتاب همراه علوی) (هندسه - استدلال‌ها) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» - دو ضلع $CD \parallel FB$ ، پس بنا به قضیه تالس داریم:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AF}{FD} \quad (I)$$

$$\frac{AC}{CE} = \frac{AF}{FD} \quad (II)$$

دو ضلع $CF \parallel DE$ ، پس بنا به قضیه تالس داریم:

بنا به روابط (I) و (II) داریم:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{13}{CE} \Rightarrow CE = \frac{13 \times 8}{5} = 20.8$$

(میرزایی) (هندسه - قضیه تالس) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» -

رابطه طولی و مثلث قائم الزاویه $AH^2 = BH \times CH$

$$AH^2 = 3 \times 6 \Rightarrow AH = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$S = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} (3\sqrt{2})(9) = \frac{27\sqrt{2}}{2}$$

(میرزایی) (هندسه - روابط طولی در مثلث قائم الزاویه) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» - باید ضرب $\sqrt[3]{x}$ صفر شود:

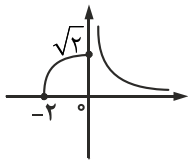
$$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 2x - 3} \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \text{ ریشه‌های مخرج}$$

$$D = \mathbb{R} - \{1, -3\}$$

(میرزایی) (تابع - دامنه تابع گویا) (آسان)

۱۳- گزینه «۳» - نمودار $\sqrt{x+2}$ را \sqrt{x} واحد به چپ ببرید:



(میرزایی) (تابع - تابع گویا و رادیکالی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۱» -

$$\frac{2x}{[x] + 4 + x} = 2 \Rightarrow 2x = 2[x] + 8 + 2x$$

$$2[x] = -8 \Rightarrow [x] = -4$$

$$-4 \leq x < -3 \Rightarrow [-4, -3) \Rightarrow |-4 + (-3)| = 7$$

(میرزایی) (تابع - تابع جزء صحیح) (متوسط)

۱۵- گزینه «۲» -

$$D_{2f+g} = D_f \cap D_g = \{-1, 0, 2\}$$

$$2f + g = \{(-1, 4), (0, 6), (2, 10)\}$$

$$2f(-1) + g(-1) = 2(1) + (2) = 4$$

$$2f(0) + g(0) = 2(4) + (-2) = 6$$

$$2f(2) + g(2) = 2(5) + 0 = 10$$

(میرزایی) (تابع - اعمال اصلی بین توابع) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$f(-2) = 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = -2$$

$$\frac{2m+1}{4} = 4 \Rightarrow m = \frac{15}{2}$$

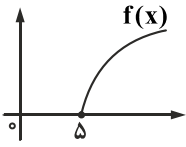
$$g(x) = \sqrt{x - \frac{15}{2}} : x - \frac{15}{2} \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{15}{2}$$

$$D_g = \left[\frac{15}{2}, +\infty\right) = [7.5, +\infty)$$

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ = اعداد طبیعی که شامل دامنه g نیست.

(میرزایی) (تابع - تابع وارون) (متوسط)

۱۷- گزینه «۲» -



$$x - \delta \geq 0 \Rightarrow x \geq \delta$$

$$\text{دامنه } D_f = [\delta, +\infty)$$

$$\text{بُرد } R_f = [0, +\infty)$$

$$y = \sqrt{x - \delta} \Rightarrow y^2 = x - \delta \Rightarrow x = y^2 + \delta \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 + \delta$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = [0, +\infty)$$

(میرزایی) تابع - تابع وارون (آسان)

۱۸- گزینه «۱» -

$$\left(\frac{f+2g}{f \times g}\right)(4) = \frac{f(4)+2g(4)}{f(4) \times g(4)} = \frac{\sqrt{9}+2\left(\frac{4}{\delta}\right)}{\sqrt{9} \times \frac{4}{\delta}} = \frac{15+\frac{8}{\delta}}{\frac{12}{\delta}} = \frac{23}{12}$$

(میرزایی) تابع - اعمال اصلی بر روی تابع (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» -

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$40^\circ + 60^\circ + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\frac{\pi}{3} = 60^\circ, C = 80^\circ, \frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{80^\circ}{180^\circ} = \frac{\hat{C}}{\pi} \Rightarrow \hat{C} = \frac{4\pi}{9}$$

(میرزایی) مثلثات - رادیان (آسان)

۲۰- گزینه «۳» -

$$\frac{100}{180} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \hat{\theta} = \frac{5\pi}{9}$$

$$\widehat{AB} = 1 = OA \times \theta \Rightarrow 1 = \delta \times \frac{5\pi}{9} = \frac{25\pi}{9}$$

(میرزایی) مثلثات - رادیان (متوسط)