

p	q	~q	p ∧ ~q	p ∧ ~q ⇒ ~q
د	د	ن	ن	د
د	ن	د	د	د
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	ن	د

(ایمانی) (فصل اول - جدول ارزش گزاره‌ها)

۲- گزینه «۲» - دامنه متغیر {۲, ۱, ۰, -۱, -۲, -۳} است.

گزینه «۱»: $|x| \leq 3$ یعنی $-3 \leq x \leq 3$ ؛ هر x که در دامنه متغیر انتخاب شود، در این بازه قرار دارد، پس درست است.

گزینه «۲»: به ازای هیچ کدام از x های عضو دامنه، چنین چیزی ممکن نیست.

گزینه «۳»:

$$x + 15 < 18 \Rightarrow x < 3$$

بدیهی است که به ازای هر x عضو دامنه، $x + 15 < 18$ برقرار است، پس این گزینه نیز درست است.

گزینه «۴»:

$$x = -3 \Rightarrow (-3)^2 + 1 = 10$$

(ایمانی) (فصل اول - گزاره‌نما)

۳- گزینه «۲» - با استفاده از تعمیم قوانین دمورگان داریم:

$$(C \cup A' \cup B')' = C' \cap A \cap B$$

حال باید بررسی کنیم، حاصل کدام گزینه با این عبارت برابر نیست.

گزینه «۱»: $(A \cap B) - (A \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)' = (A \cap B) \cap (A' \cup C')$

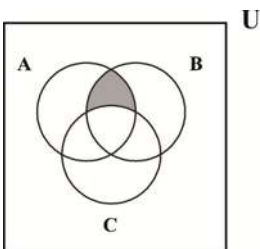
$$= \underbrace{(A \cap B \cap A')}_{\emptyset} \cup (A \cap B \cap C') = \emptyset \cup (A \cap B \cap C') = A \cap B \cap C' \quad \checkmark$$

گزینه «۲»: $(A - C) \cup (B - C) = (A \cap C') \cup (B \cap C') = (A \cup B) \cap C' \quad \hat{u}$

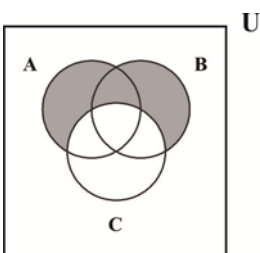
گزینه «۳»: $A \cap (B - C) = A \cap (B \cap C') = A \cap B \cap C' \quad \checkmark$

گزینه «۴»: $(A - B') - C = (A \cap B) \cap C' = A \cap B \cap C' \quad \checkmark$

نمودار صورت سؤال و گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» به صورت زیر است:



نمودار گزینه «۲» به این صورت است:



(سراسری داخل کشور ریاضی - ۸۹) (فصل اول - جبر مجموعه)

۴- گزینه «۲» -

$$t^x = t: 4^x - 5 \times 2^x + 4 = t^2 - 5t + 4 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-4) = 0 \Rightarrow t_1 = 1, t_2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} 4^{x_1} = 1 \\ 4^{x_2} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow A = \{0, 2\}$$

$$|x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3 \Rightarrow B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$B - A = \{-2, -1, 1\}$$

$$|B^2 - A \times B| = |B \times B - A \times B| = |(B - A) \times B| = |B - A| \times |B| = 3 \times 5 = 15$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها (جبر مجموعه‌ها) و ضرب دکارتی)

۵- گزینه «۴» -

راه حل اول:

$$n(S) = 36$$

$$A = \{(1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 26$$

$$P(A) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

راه حل دوم:

$$A' = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 1), (5, 1)\}$$

$$P(A') = \frac{10}{36} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{10}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

(ایمانی) (فصل دوم - احتمال - مبانی احتمال)

۶- گزینه «۳» -

$$P(A) = \frac{\binom{5}{3} \binom{7}{5}}{\binom{12}{8}} = \frac{10 \times 21}{495} = \frac{70}{165}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - مبانی احتمال - احتمال هم‌شانسی)

۷- گزینه «۱» - اگر مجموعه مضارب ۴ را با A و مجموعه مضارب ۵ را با B نمایش دهیم، داریم:

$$|A| = \left[\frac{500}{4} \right] - \left[\frac{200}{4} \right] = 75, n(B) = \left[\frac{500}{5} \right] - \left[\frac{200}{5} \right] = 60, n(A \cap B) = \left[\frac{500}{20} \right] - \left[\frac{200}{20} \right] = 15$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$$

$$1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$$

$$1 - \frac{75}{300} - \frac{60}{300} + \frac{15}{300} = 1 - \frac{120}{300} = 1 - 0.4 = 0.6$$

(سراسری خارج از کشور - ۸۹) (فصل دوم - قوانین احتمال)

۸- گزینه «۳» -

$$P(A' \cup B' \cup C') = \frac{4}{5} \Rightarrow P(A \cap B \cap C)' = \frac{4}{5} \Rightarrow 1 - P(A \cap B \cap C) = \frac{4}{5} \Rightarrow P(A \cap B \cap C) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$P(B \cap C - A) = P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

(نیلی) (فصل دوم - قوانین احتمال)

۹- گزینه «۳» -

$$P(a_4) = P(\{a_2, a_4\}) - P(a_2) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$P(a_1) = 1 - [P(\{a_2, a_4\}) + P(a_4)] = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{6}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - احتمال غیرهم‌شانسی)

۱۰- گزینه «۲» - فرض کنید $P(1) = x, P(2) = 2x, P(3) = 3x, P(4) = 4x, P(5) = 5x, P(6) = 6x$ و بنابراین داریم:

$$x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 21x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{21} \Rightarrow P(\{2, 3, 5\}) = \frac{2}{21} + \frac{3}{21} + \frac{5}{21} = \frac{10}{21}$$

(ایمانی) (فصل دوم - احتمال غیرهم‌شانسی)