

آمار و احتمال

۱- گزینه «۲» -

$$p(1) = \frac{2}{6}$$

$$p(2) = \frac{1}{6}$$

$$p(3) = \frac{2}{6}$$

$$p(4) = \frac{1}{6}$$

در دو بار پرتاب تاس باید یکی از زوج‌های (۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱), (۲, ۳), (۳, ۲), (۱, ۴), (۴, ۱), (۳, ۴), (۴, ۳) ظاهر شود تا مجموع اعداد، عددی اول باشد.

$$p(\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (1, 4), (4, 1), (3, 4), (4, 3)\}) =$$

$$\frac{2}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6}$$

$$= \frac{2+2+2+2+2+2+2+2+2+2}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

(اعرابی) (احتمال غیرهم‌شانسی) (دشوار)

۲- گزینه «۴» -

$$s = \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) = 1 \Rightarrow p(1) + \frac{1}{3}p(1) + \frac{1}{3}p(1) + \frac{1}{4}p(1) + \frac{1}{5}p(1) = 1$$

$$\Rightarrow p(1) \left(\frac{60+20+20+15+12}{60} \right) = 1$$

$$\frac{137}{60} p(1) = 1 \Rightarrow p(1) = \frac{60}{137}$$

$$p(3) = \frac{1}{3} p(1) = \frac{1}{3} \times \frac{60}{137} = \frac{20}{137}$$

(کتاب همراه علوی - صفحه ۸) (احتمال غیرهم‌شانسی) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

$$n(s) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (5, 2), (5, 6), (6, 1), (6, 5)\}$$

$$n(A) = 15$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

(سراسری - ۹۶) (مبانی احتمال) (دشوار)

۴- گزینه «۳» -

$$\text{مه‌ره } 4 + 3 + 5 = 12$$

$$n(s) = \binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 66 \text{ فضای نمونه}$$

$$\text{سبز } \binom{4}{2} + \text{آبی } \binom{3}{2} + \text{قرمز } \binom{5}{2} = \frac{4 \times 3}{2} + 3 + 10 = 6 + 3 + 10 = 19$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{19}{66}$$

(اعرابی) (احتمال) (متوسط)

۵- گزینه «۲» -

$$\sim (\forall a, b \in \mathbb{Z}; a + b \in \mathbb{Z})$$

$$\exists a, b \in \mathbb{Z}; \sim (a + b \in \mathbb{Z})$$

$$\exists a, b \in \mathbb{Z}; a + b \notin \mathbb{Z}$$

(اعرابی) (گزاره‌های سوری) (آسان)

۶- گزینه «۲» - بررسی گزینه‌ها:

غلط [$(p \leftrightarrow q) \equiv \sim [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$] : گزینه «۱»

درست $\sim p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow p$ عکس نقیض : گزینه «۲»

غلط $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \not\equiv q \Rightarrow p$: گزینه «۳»

غلط $\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$: گزینه «۴»

(اعرابی) (هم‌ارزی گزاره‌ها) (دشوار)

۷- گزینه «۴» -

$$(B' \cap A') \cup \underbrace{(B' \cap B)}_{\emptyset} = (B' \cap A') \cup \emptyset = B' \cap A' = (B \cup A)'$$

(اعرابی) (ویژگی‌های توزیع‌پذیری) (آسان)

۸- گزینه «۳» -

$$(C \times C) \cap (D \times D) = (C \cap D) \times (C \cap D)$$

$$n((C \times C) \cap (D \times D)) = n((C \cap D) \times (C \cap D)) = n(C \cap D) \times n(C \cap D) = 5 \times 5 = 25$$

(اعرابی) (ضرب دکارتی) (متوسط)

۹- گزینه «۴» -

$$2^{11} = 2048 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه ۱۱ عضوی}$$

$$3^5 = 243 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه ۵ عضوی}$$

$$\frac{2^{11}}{3^5} = 2^6 = 64$$

(اعرابی) (تعداد زیرمجموعه‌ها) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - عددهای ۱، ۲ و ۳ را از مجموعه A حذف می‌کنیم:

$$A_1 = \{4, 5, 6, 7\}$$

به تعداد ۲۴ زیرمجموعه خواهیم داشت که تمام اعضای ۱، ۲، ۳ را در کنار همه زیرمجموعه‌های بالا اضافه کنیم.

(اعرابی) (مجموعه - تعداد زیرمجموعه) (دشوار)